

# Desain Sistem Kontrol LQIT-Gain Scheduling PID untuk Way Point Tracking Control Quadrotor UAV

Aditya Eka Mulyono<sup>1</sup>, Aris Triwiyatno<sup>2</sup>, dan Sumardi<sup>3</sup>

**Abstract**—Quadrotor is an unmanned aerial vehicle which has ability to accomplish difficult missions like surveillance from the sky, search for natural disaster victims, and saving mission. To accomplish that missions, a quadrotor must be able to fly stable and can be directed to desired direction. For that purpose a control system absolutely needed to a quadrotor system. In this research a control system was designed to stabilized a quadrotor and could be directed to did way point tracking. LQIT-PID gain scheduling was proposed to make quadrotor be able to track the way point. Linear Quadratic Integral Tracking method was used to stabilized attitude of a quadrotor, PID was used to control the position of a quadrotor, and gain scheduling mechanism was used to scheduled PID parameter that change depends on the change of range between way point when the first tracking begin. Simulation results shown that this method could make quadrotor do the way point tracking task, but for several condition, it could make quadrotor unstable to fly.

**Intisari**—Quadrotor adalah suatu pesawat udara tanpa awak yang memiliki kemampuan untuk bisa melakukan misi-misi yang sulit dilakukan manusia seperti pengawasan suatu daerah dari udara, pencarian korban bencana alam, dan penyelamatan. Untuk bisa melakukan misi-misi itu, sebuah quadrotor haruslah bisa terbang dengan stabil dan bisa diarahkan sesuai keinginan. Untuk tujuan itu suatu sistem kontrol mutlak diperlukan pada sistem quadrotor. Dalam penelitian ini dirancanglah sebuah sistem kontrol yang bisa menyetabilkan quadrotor dan bisa diarahkan mengikuti titik jalur (*way point tracking*). LQIT-PID gain scheduling ditawarkan untuk membuat quadrotor bisa terbang mengikuti way point. Metode Linear Quadratic Integral Tracking (LQIT) digunakan untuk menyetabilkan kelakuan (*attitude*) quadrotor, PID digunakan untuk mengendalikan posisi quadrotor, dan mekanisme gain scheduling digunakan untuk menjadwalkan parameter PID yang berubah sesuai dengan perubahan dari jarak antar titik jalur saat awal tracking. Hasil simulasi menunjukkan bahwa metode ini dapat membuat quadrotor terbang mengikuti way point namun untuk beberapa kondisi dapat membuat quadrotor tidak stabil untuk terbang.

**Kata kunci**-- quadrotor, way point tracking, LQIT, PID, gain scheduling

## I. PENDAHULUAN

Quadrotor adalah pesawat udara nirawak yang memiliki 4 baling-baling yang dikopel dengan motor yang berputar sebagai penggerakannya. Pergeseran posisinya dihasilkan oleh daya dorong total dari empat rotor yang memiliki arah

bervariasi berdasarkan sikap (*attitude*) quadrotor<sup>[1]</sup>. Beberapa tahun belakangan penelitian tentang quadrotor gencar di lakukan di dunia. Hal ini dimotivasi oleh potensi aplikasinya seperti untuk pengawasan, misi pencarian, dan misi penyelamatan<sup>[2]</sup>. Untuk bisa melakukan misi-misi tersebut sebuah quadrotor harus bisa terbang secara stabil.

Beberapa penelitian telah dilakukan untuk membuat quadrotor bisa terbang secara stabil. Erginer dan Altug<sup>[3]</sup> menggunakan metode PID untuk mengontrol quadrotor dan hasilnya adalah quadrotor dapat hover (melayang) pada ketinggian yang di inginkan. Guclu<sup>[4]</sup> membandingkan LQIT (LQR dengan *integral tracking*) dan PID untuk mengontrol quadrotor dan hasilnya LQIT menghasilkan hasil yang lebih baik daripada PID dalam hal *disturbance rejection* pada pengontrolan roll dan pitch. Bouabdallah<sup>[5]</sup> membandingkan juga beberapa metode untuk mengontrol quadrotor lalu menyimpulkan bahwa kombinasi dari metode *backstepping* dan *integral action* dapat mengantisipasi gangguan yang besar dan ketidakpastian dari dinamika quadrotor secara keseluruhan. Nasution<sup>[6]</sup> membandingkan robust PID  $H_{\infty}$  mixed sensitivity dan robust PID  $H_{\infty}$  loop shaping sebagai metode untuk mengontrol attitude quadrotor dan hasilnya robust PID  $H_{\infty}$  mixed sensitivity menghasilkan settling time yang lebih cepat dibandingkan robust PID  $H_{\infty}$  loop shaping pada pengontrolan attitude quadrotor. Nasution<sup>[6]</sup> juga menyarankan untuk menggunakan pendekatan kontrol optimal dalam pengontrolan attitude quadrotor.

Pada penelitian ini akan disimulasikan metode LQIT-gain scheduling PID untuk membuat quadrotor bisa terbang mengikuti titik jalur (*way point tracking*). Berdasarkan saran Nasution<sup>[6]</sup> dan hasil yang di dapat Guclu<sup>[4]</sup> maka pada penelitian ini akan disimulasikan metode LQIT untuk mengontrol attitude quadrotor. Kontroler PID dipilih untuk mengontrol posisi karena strukturnya yang sederhana dan mudah untuk di tuning. Untuk menyesuaikan terhadap perubahan jarak antar way point saat tracking maka mekanisme gain scheduling di pakai untuk menjadwalkan parameter kontroler PID. Model dan nilai parameter quadrotor yang akan digunakan pada penelitian ini berdasarkan penelitian Saputra<sup>[7]</sup>.

## II. METODE

### A. Pemodelan Quadrotor

Suatu Quadrotor memiliki Persamaan gerak yang dapat merepresentasikan dinamika quadrotor yang tergantung dari variabel-variabelnya. Persamaan gerak atau biasa juga disebut *Equation of Motion* dari quadrotor (EOM) dapat diturunkan dari metode Euler-Newton. Dalam penurunan model ini digunakanlah dua frame<sup>[8]</sup>, yaitu the Earth-Inertial

<sup>1</sup> Mahasiswa Teknik Elektro Universitas Diponegoro, Jln. Prof. Sudharto, Tembalang, Semarang 50275 INDONESIA (telp: 024-7460057)

<sup>2, 3</sup> Dosen Teknik Elektro Universitas Diponegoro, Jln. Prof. Sudharto, Tembalang, Semarang 50275 INDONESIA (telp: 024-7460057)

frame (*E-Frame*) atau kerangka inersia bumi dan the *Body-Fixed Frame* (*B-Frame*) atau kerangka *quadrotor*. Gbr. 1 adalah Gambar hubungan antara *E-Frame* dan *B-Frame* pada *quadrotor*. Persamaan 1-9 adalah EOM dari *quadrotor*.

$$\ddot{X} = (\sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi) \frac{U_1}{m} \quad (1)$$

$$\ddot{Y} = (-\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi) \frac{U_1}{m} \quad (2)$$

$$\ddot{Z} = -g + (\cos \theta \cos \phi) \frac{U_1}{m} \quad (3)$$

$$\dot{p} = \frac{I_{YY} - I_{ZZ}}{I_{XX}} q r - \frac{J_{TP}}{I_{XX}} q \Omega + \frac{U_2}{I_{XX}} \quad (4)$$

$$\dot{q} = \frac{I_{ZZ} - I_{XX}}{I_{YY}} p r + \frac{J_{TP}}{I_{YY}} p \Omega + \frac{U_3}{I_{YY}} \quad (5)$$

$$\dot{r} = \frac{I_{XX} - I_{YY}}{I_{ZZ}} p q + \frac{U_4}{I_{ZZ}} \quad (6)$$

$$\dot{\phi} = p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \quad (7)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \quad (8)$$

$$\dot{\psi} = q \sin \phi \sec \theta + r \cos \phi \sec \theta \quad (9)$$

Dimana:

$\ddot{X}$ : Percepatan linier *quadrotor* pada sumbu x acuan *E-frame* [ $\text{m s}^{-2}$ ].

$\ddot{Y}$ : Percepatan linier *quadrotor* pada sumbu y acuan *E-frame* [ $\text{m s}^{-2}$ ].

$\ddot{Z}$ : Percepatan linier *quadrotor* pada sumbu z acuan *E-frame* [ $\text{m s}^{-2}$ ].

$\dot{p}$ : Percepatan sudut *quadrotor* pada sumbu x acuan *B-frame* [ $\text{rad s}^{-2}$ ].

$\dot{q}$ : Percepatan sudut *quadrotor* pada sumbu y acuan *B-frame* [ $\text{rad s}^{-2}$ ].

$\dot{r}$ : Percepatan sudut *quadrotor* pada sumbu z acuan *B-frame* [ $\text{rad s}^{-2}$ ].

$p$ : Kecepatan sudut *quadrotor* pada sumbu x acuan *B-frame* [ $\text{rad s}^{-1}$ ].

$q$ : Kecepatan sudut *quadrotor* pada sumbu y acuan *B-frame* [ $\text{rad s}^{-1}$ ].

$r$ : Kecepatan sudut *quadrotor* pada sumbu z acuan *B-frame* [ $\text{rad s}^{-1}$ ].

$m$ : Massa *quadrotor* [kg].

$U_1$ : Thrust (daya angkat) [N].

$U_2$ : Torsi roll [N m].

$U_3$ : Torsi pitch [N m].

$U_4$ : Torsi yaw [N m].

$I_{XX}$ : Momen inersia sumbu x [ $\text{N m s}^2$ ].

$I_{YY}$ : Momen inersia sumbu y [ $\text{N m s}^2$ ].

$I_{ZZ}$ : Momen inersia sumbu z [ $\text{N m s}^2$ ].

$J_{TP}$ : Rotasi momen inersia disekitar sumbu baling-baling [ $\text{N m s}^2$ ].

$\Omega$ : Vektor kecepatan semua baling-baling [ $\text{rad s}^{-1}$ ].

$\phi$ : Sudut pada sumbu x acuan *E-frame* [rad].

$\theta$ : Sudut pada sumbu y acuan *E-frame* [rad].

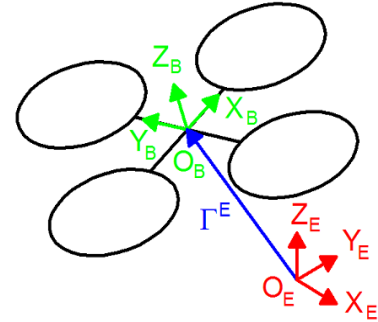
$\psi$ : Sudut pada sumbu z acuan *E-frame* [rad].

$\dot{\phi}$ : Kecepatan sudut *quadrotor* pada sumbu x acuan *B-frame* [ $\text{rad s}^{-1}$ ].

$\dot{\theta}$ : Kecepatan sudut *quadrotor* pada sumbu y acuan *B-frame* [ $\text{rad s}^{-1}$ ].

$\dot{\psi}$ : Kecepatan sudut *quadrotor* pada sumbu z acuan *B-frame* [ $\text{rad s}^{-1}$ ].

$g$ : Percepatan gravitasi bumi [ $\text{m s}^{-2}$ ].



Gbr. 1 Hubungan *E-Frame* dengan *B-Frame* pada *quadrotor*<sup>[8]</sup>

Pada penelitian ini masing-masing kerangka ditentukan berdasarkan aturan tangan kanan. Ditentukan bahwa kerangka inersia bumi ( $O_E, x_E, y_E, z_E$ ) dengan  $x_E$  menghadap utara,  $y_E$  menghadap barat,  $z_E$  menghadap atas dari pusat bumi, dan  $O_E$  merupakan sumbu. Kerangka *quadrotor* ( $O_B, x_B, y_B, z_B$ ) dengan  $x_B$  menghadap ke depan *quadrotor*,  $y_B$  menghadap ke kiri *quadrotor*,  $z_B$  menghadap ke atas *quadrotor*, dan  $O_B$  titik pusat *quadrotor*<sup>[5]</sup>.

Untuk menghubungkan nilai putaran motor DC dengan EOM dari *quadrotor* dibutuhkan adanya pengubah. Persamaan dari pengubah ini disebut Persamaan input perpindahan. Persamaan input perpindahan dapat dilihat pada Persamaan 10-13 dan Persamaan motor DC dapat dilihat pada Persamaan 15.

$$U_1 = b (\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \quad (10)$$

$$U_2 = b l (\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \quad (11)$$

$$U_3 = b l (\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \quad (12)$$

$$U_4 = d (\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2) \quad (13)$$

$$\Omega = -\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4 \quad (14)$$

$$J_{TP} \dot{\Omega}_i = -\frac{K_E K_M}{Res} \Omega_i - d \Omega_i^2 + \frac{K_M}{Res} v + c \quad (15)$$

Dimana:

$l$ : Jarak antara pusat *Quadrotor* dengan pusat baling-baling [m]

$b$ : Factor thrust [ $\text{N s}^2$ ]

$d$ : Factor drag [ $\text{N m s}^2$ ]

$\Omega_i$ : Kecepatan putar motor i, dengan i adalah bilangan bulat dari 1-4. (rad/s)

$J_{TP}$ : Momen inersia total propeller (baling-baling) ( $\text{Nm s}^2$ )

$K_E$ : Konstanta elektrik motor ( $\text{V s rad}^{-1}$ )

$K_M$ : Konstanta mekanik motor ( $\text{N m A}^{-1}$ )

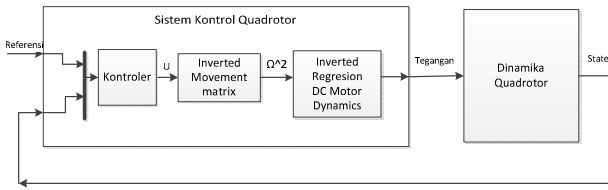
$Res$ : Hambatan di dalam motor (ohm)

$v$ : Tegangan motor (volt)

$c$ : Konstanta penyesuaian Motor DC

**B. Sistem Kontrol Quadrotor**

Skema sistem kontrol yang akan digunakan pada penelitian ini di adaptasi dari Bresciani<sup>[8]</sup>. Skemanya dapat dilihat pada Gbr. 2.



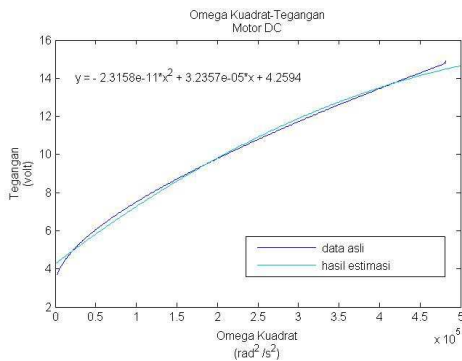
Gbr. 2 Skema kontrol umpan balik quadrotor

Di dalam suatu sistem kontrol quadrotor, terdapat 3 komponen yang saling terkait seperti yang dapat dilihat pada Gbr. 2. Penjelasan dari masing-masing pada blok sistem kontrol quadrotor akan dijelaskan pada sub bab C-E.

**C. Inverted Regression DC Motor Dynamics**

*Inverted Regression DC Motor Dynamics* adalah suatu Persamaan yang mengubah besaran putaran kuadrat tiap motor menjadi tegangan tiap motor. Blok ini dibutuhkan untuk mengkompensasi blok motor DC pada dinamika quadrotor. Persamaan yang digunakan dapat dilihat pada Persamaan 16. Persamaan tersebut didapatkan berdasarkan regresi polinomial dari grafik pada Gbr. 3. y adalah tegangan sedangkan x adalah putaran kuadrat.

$$y = -2,3158 \cdot 10^{-11}x^2 + 3,2357 \cdot 10^{-5}x + 4,2594 \quad (16)$$



Gbr. 3 Plot putaran kuadrat-tegangan

**D. Inverted Movement Matrix**

*Inverted Movement Matrix* adalah suatu Persamaan yang mengubah sinyal U menjadi putaran kuadrat tiap motor. Blok ini dibutuhkan untuk mengkompensasi besaran-besaran pada persamaan 10-13 (persamaan input perpindahan) yang terdapat di dalam blok dinamika quadrotor. Persamaan yang digunakan dapat dilihat pada Persamaan 17-20. Persamaan tersebut didapatkan dari hasil invers Persamaan input perpindahan pada dinamika quadrotor.

$$\Omega_1^2 = \frac{1}{4b}U_1 - \frac{1}{2bl}U_3 - \frac{1}{4d}U_4 \quad (17)$$

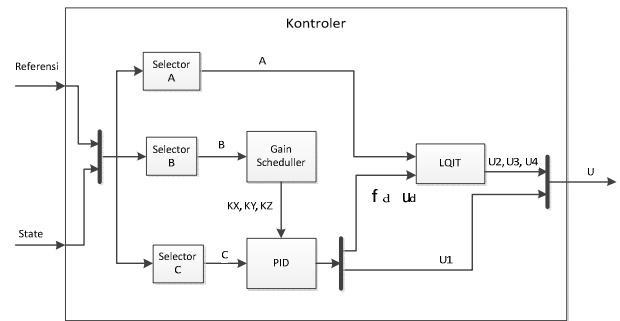
$$\Omega_2^2 = \frac{1}{4b}U_1 - \frac{1}{2bl}U_2 + \frac{1}{4d}U_4 \quad (18)$$

$$\Omega_3^2 = \frac{1}{4b}U_1 + \frac{1}{2bl}U_3 - \frac{1}{4d}U_4 \quad (19)$$

$$\Omega_4^2 = \frac{1}{4b}U_1 + \frac{1}{2bl}U_2 + \frac{1}{4d}U_4 \quad (20)$$

**E. Perancangan Kontroler**

Menurut Bouabdallah<sup>[5]</sup> sistem rotasi dari quadrotor tidak tergantung dari sistem translasinya disisi lain sistem translasinya tergantung dari sistem rotasinya sehingga sistem quadrotor dapat dibagi menjadi 2 bagian yaitu sistem translasi yang tergantung dari sistem rotasi dan sistem rotasi yang tidak tergantung dari sistem translasi. Berdasarkan asumsi tersebut perancangan kontroler pada penelitian ini di bagi menjadi 3 tahapan, yaitu yaitu perancangan kontroler LQIT yang berhubungan dengan sistem rotasi untuk mengendalikan kelakuan quadrotor (*Attitude control*), perancangan kontroler PID yang berhubungan dengan sistem translasi untuk mengendalikan posisi quadrotor, dan yang terakhir perancangan mekanisme *gain scheduling* untuk mengantisipasi perubahan dari perilaku dinamik quadrotor. Blok kontroler secara lebih detail dapat dilihat pada Gbr. 4.



Gbr. 4 Diagram blok kontroler secara lebih detail

Sinyal referensi pada Gambar tersebut terdiri dari referensi posisi ( $X_d, Y_d, Z_d$ ). Sinyal state terdiri dari posisi terukur ( $X, Y, Z$ ), sudut *earth frame* terukur ( $\phi, \theta, \psi$ ), dan perubahan sudut *body frame* terhadap waktu ( $p, q, r$ ). Sinyal referensi dan state akan di *multiplexing*. Hasil dari *multiplexing* tersebut akan bercabang ke selector A, B, dan C.

Perancangan blok LQIT akan di jelaskan pada sub bab F, Perancangan blok PID akan di jelaskan pada sub bab G, dan Perancangan blok *Gain Scedulling* akan di jelaskan pada sub bab H.

**F. LQIT (Linear Quadratic Integral Tracking)**

LQIT adalah salah satu bagian dari metode kontrol optimal. LQIT menggunakan pendekatan teori kontrol modern dalam aspek desainnya. Teori kontrol modern sendiri adalah teori kontrol yang pendekatan desainnya melalui ranah waktu dengan model *plant* nya dalam bentuk *state space*. Untuk mendesain kontroler LQIT, dibutuhkan sebuah model dalam bentuk linier. Perancangan kontroler LQIT dilakukan untuk mengendalikan *attitude* (kelakuan) quadrotor. Kelakuan quadrotor diwakili oleh Persamaan 4-9. Persamaan 4-9 dapat ditulis kembali menjadi bentuk Persamaan *state space* non linier seperti pada Persamaan 20.

$$f(X, U) = \begin{bmatrix} \frac{I_{YY}-I_{ZZ}}{I_{XX}} q r - \frac{J_{TP}}{I_{XX}} q \Omega + \frac{U_2}{I_{XX}} \\ \frac{I_{ZZ}-I_{XX}}{I_{YY}} p r + \frac{J_{TP}}{I_{YY}} p \Omega + \frac{U_3}{I_{YY}} \\ \frac{I_{XX}-I_{YY}}{I_{ZZ}} p q + \frac{U_4}{I_{ZZ}} \\ p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \\ q \cos \phi - r \sin \phi \\ q \sin \phi \sec \theta + r \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \quad (20)$$

Dengan

$$X = [p \ q \ r \ \phi \ \theta \ \psi]^T \quad (21)$$

$$U = [U_2 \ U_3 \ U_4]^T \quad (22)$$

Untuk mendapatkan bentuk linier dari Persamaan 20, maka Persamaan tersebut perlu di linierisasi dan di variabel-variabelnya perlu di substitusikan nilai sesuai dengan keadaan yang diinginkan. Linierisasi dilakukan dengan cara menurunkan  $f$  terhadap  $X$  dan  $U$  atau secara matematis

$$A = \frac{\partial f}{\partial X} \quad (23)$$

$$B = \frac{\partial f}{\partial U} \quad (24)$$

sehingga didapatkan

$$\dot{X} = AX + BU \quad (25)$$

Pada penelitian ini nilai-nilai yang disubstitusi berdasarkan pertimbangan sebagai berikut:

- Pada saat kondisi *quadrotor* berada pada kondisi setimbangnya yaitu saat keadaan hampir melayang (*hovering condition*), perubahan sudut yang terjadi terutama pada sudut *roll* dan sudut *pitch* sangat kecil maka bisa dianggap  $\phi \approx \theta \approx 0$  sehingga  $\sin \phi \approx \sin \theta \approx 0$  dan  $\cos \phi \approx \cos \theta \approx 1$ . Maka bisa dianggap  $\dot{\phi} = p$ ,  $\dot{\theta} = q$ , dan  $\dot{\psi} = r$ .
- Pada saat kondisi *hover* kecepatan sudut juga dianggap sangat kecil sehingga  $p \approx q \approx r \approx 0$ .
- Pada saat kondisi *hover* kecepatan putar semua motor juga dianggap hampir sama sehingga  $\Omega \approx 0$ .

Berdasarkan pertimbangan tersebut Persamaan 25 menjadi

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} \frac{1}{I_{XX}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{YY}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{ZZ}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} U \quad (26)$$

Persamaan 26 selanjutnya dijadikan bentuk *augmented* untuk tujuan kontrol. Bentuk model *state space augmented*

adalah bentuk Persamaan *state space* yang ditambahi dengan state baru. Persamaan 26 menjadi

$$\dot{\hat{X}} = \hat{A}\hat{X} + \hat{B}\hat{U} + B_s \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} s \quad (28)$$

$$\dot{\xi} = s - y = s - CX \quad (29)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

Dimana:

$X$ : state plant

$U$ : sinyal kontrol

$y$ : sinyal output

$\xi$ : output integrator

$s$ : sinyal referensi

$A, B, C$ : matriks konstanta

Dari Persamaan 27, didapatkanlah *gain* optimal untuk indeks performansi pada Persamaan 31. Nilai  $Q$  dan  $R$  dicari secara *trial and error*. Persamaan untuk mencari *gain* optimal dapat dilihat pada Persamaan 35, Persamaan 34 adalah Persamaan Riccati untuk mencari  $S$ .

$$J = \int_0^{\infty} \hat{X}^T Q \hat{X} + \hat{U}^T R \hat{U} \quad (31)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 \times I_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0 & 10 \times I_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & 0 & 100 \times I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$R = [10 \times I_{3 \times 3}] \quad (33)$$

$$0 = \hat{A}^T S + S \hat{A} - S \hat{B} R^{-1} \hat{B}^T S + Q \quad (34)$$

$$k = R^{-1} \hat{B}^T S \quad (35)$$

Dimana:

$J$ : Indeks Performansi

$Q$ : Matriks pembobot *state*

$R$ : Matriks pembobot sinyal kontrol

$S$ : Matriks hasil penyelesaian persamaan riccati

$k$ : gain optimal hasil perhitungan

#### G. PID (*Proportional Integral Derivative*)

Kendali PID merupakan gabungan dari tiga macam pengendali, yaitu kendali proporsional (*Proportional Controller*), kendali integral (*Integral Controller*), dan kendali turunan (*Derivative Controller*). Pada penelitian ini, PID digunakan untuk mengendalikan posisi ( $X$ ,  $Y$ , dan  $Z$ ), oleh karena itu setiap posisi dikontrol oleh sebuah kontroler PID. Keluaran  $PID_z$  akan langsung menjadi sinyal perintah *throttle* ( $U_1$ ) sedangkan  $PID_x$  dan  $PID_y$  menjadi sinyal referensi untuk sudut  $\phi$  dan  $\theta$  ( $\phi_d$  dan  $\theta_d$ ). Persamaan untuk kontroler PID secara keseluruhan dapat dilihat pada Persamaan 36-38, parameter PID dicari secara *trial and error*.

$$\theta_d = PID_x \cdot \cos \psi - PID_y \cdot \sin \psi \quad (36)$$

$$\phi_d = PID_x \cdot \sin \psi + PID_y \cdot \cos \psi \quad (37)$$

$$U_1 = PID_z + g \tag{38}$$

$$PID_x = \left( K_{px} \cdot e_x + K_{dx} \frac{d}{dt}(e_x) + K_{ix} \int_0^t e_x \right) \tag{39}$$

$$PID_y = \left( K_{py} \cdot e_y + K_{dy} \frac{d}{dt}(e_y) + K_{iy} \int_0^t e_y \right) \tag{40}$$

$$PID_z = \left( K_{pz} \cdot e_z + K_{dz} \frac{d}{dt}(e_z) + K_{iz} \int_0^t e_z \right) \tag{41}$$

$$e_x = (X_d - X)(t) \tag{42}$$

$$e_y = (Y_d - Y)(t) \tag{43}$$

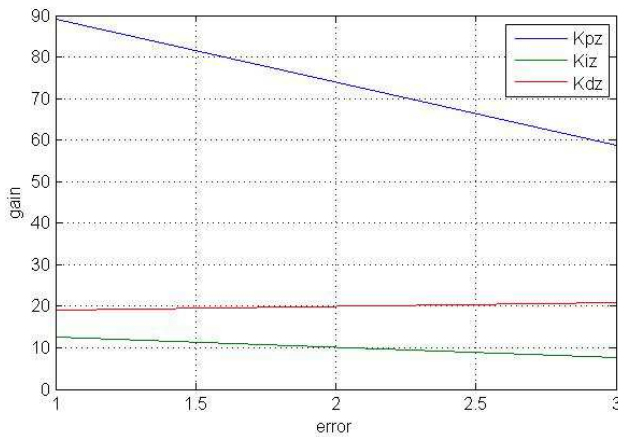
$$e_z = (Z_d - Z)(t) \tag{44}$$

H. Gain Scheduling

Gain Scheduling adalah salah satu metode untuk mengatasi masalah perubahan parameter pada sistem dinamik. Prinsipnya adalah merubah parameter kontrol sesuai dengan kondisi operasi dari plant. Dalam penelitian ini mekanisme gain scheduling dipakai untuk menjadwalkan parameter PID berdasarkan error saat awal tracking. Hubungan parameter dan error dapat dihubungkan dengan look up table pada tabel I.

TABEL I  
LOOK UP TABLE GAIN SCHEDULING PID

kontroler	error	Kp	ki	Kd
PID <sub>x</sub>	1	3,624	0	7,268
	3	4,244	0	9,04
PID <sub>y</sub>	1	-41,87	0	-80
	3	-44,57	0	-87
PID <sub>z</sub>	1	89,133	12,691	19,05
	3	58,788	7,65	20,961



Gbr. 5 Grafik interpolasi untuk penjadwalan parameter PID<sub>z</sub>

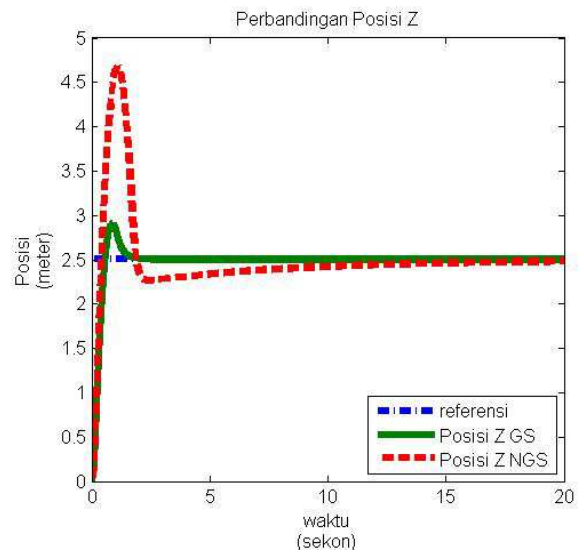
Penjadwalan parameter untuk nilai error antara 1-3 didapatkan melalui interpolasi linier. Contoh hasil interpolasi linier posisi Z dari tabel 1 dapat dilihat pada Gbr. 5.

III. HASIL DAN ANALISA

Pada bagian ini terbagi menjadi 3 tahap, yaitu pengujian respon posisi secara terpisah, pengujian respon posisi secara bersamaan dan pengujian way point tracking. Untuk masing-masing pengujian, hasil dengan kontroler LQIT-PID dan hasil dengan kontroler LQIT-gain scheduling PID dibandingkan.

A. Pengujian Terhadap Respon Posisi Secara Terpisah

Pada bagian ini dibahas mengenai hasil pengujian terhadap respon posisi secara terpisah. Tujuan dari pengujian ini adalah untuk mengetahui apakah kontroler hasil desain sudah bisa membuat quadrotor terbang menuju posisi yang diinginkan (X, Y, dan Z secara terpisah berdasarkan earth frame). Pengujian dilakukan dengan cara memvariasikan referensi untuk masing-masing posisi secara terpisah. Variasi referensi terdiri dari 3 variasi yaitu referensi 1,5; 2; dan 2,5.

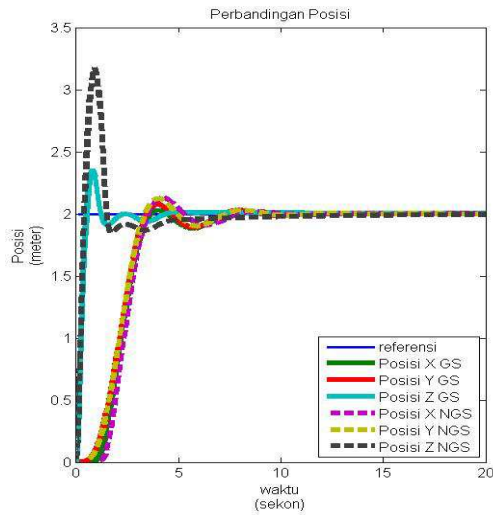


Gbr. 6 Hasil tracking respon posisi secara terpisah untuk posisi Z ref=2,5 m

Gbr. 6 menunjukkan contoh hasil respon tracking posisi Z untuk referensi 2,5. Hasilnya ketiga respon posisi tersebut sudah bisa mengikuti referensi dengan baik, namun respon dengan kontroler LQIT-gain scheduling PID (GS) memiliki hasil yang lebih baik dibandingkan dengan LQIT-PID (NGS). Hal yang sama juga terjadi pada hasil tracking yang lain pada pengujian ini.

B. Pengujian Terhadap Respon Posisi Secara Bersamaan

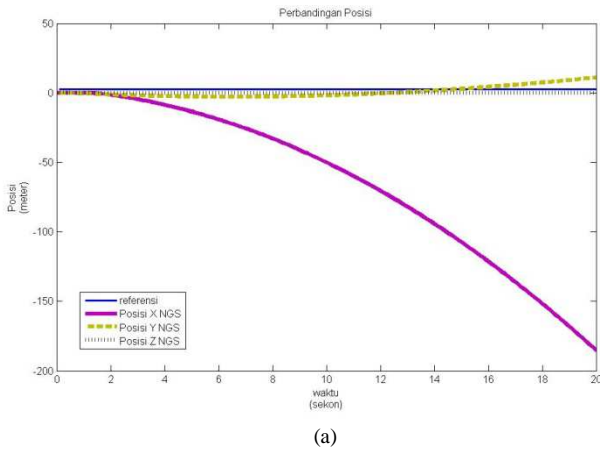
Pada bagian ini dibahas mengenai hasil pengujian terhadap respon posisi secara bersamaan. Tujuan dari pengujian ini adalah untuk mengetahui apakah kontroler hasil desain sudah bisa membuat quadrotor terbang menuju posisi yang diinginkan (X, Y, dan Z secara bersamaan berdasarkan earth frame). Pengujian dilakukan dengan cara memvariasikan referensi untuk masing-masing posisi secara bersamaan. Variasi referensi terdiri dari 3 variasi yaitu referensi 1,5 m; 2 m; dan 2,5 m.



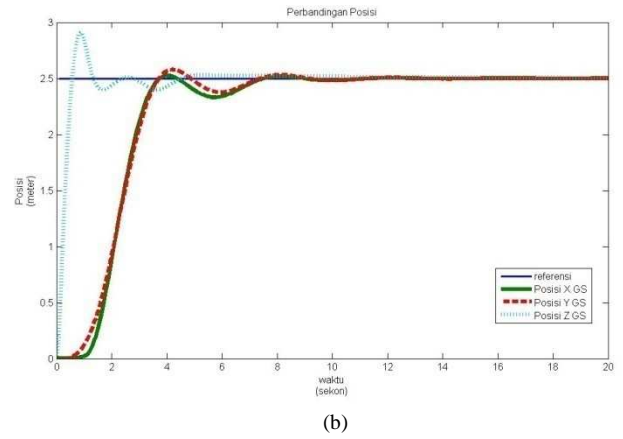
Gbr. 7 Hasil tracking respon posisi secara bersamaan untuk referensi 2 m

Gbr. 7 menunjukkan hasil yang didapatkan ketika kedua metode berhasil membuat *quadrotor tracking* secara stabil, yaitu pada saat *tracking* untuk referensi 2 m, namun hasil dengan kontroler LQIT-gain scheduling PID (GS) masih lebih baik dibanding LQIT-PID (NGS) . hal yang sama juga terjadi untuk referensi 1,5 m.

Meskipun demikian, untuk referensi 2,5 meter respon NGS tidak mampu menyetabilkan *quadrotor* sedangkan untuk GS masih bisa stabil. Hal ini dapat ditunjukkan pada Gbr. 8. Ketidakstabilan ini disebabkan karena sinyal tegangan yang keluar dari sistem kontrol pada saat awal *tracking* memiliki besar yang jauh diluar batas kemampuan motor DC sehingga membuat gerakan *quadrotor* tidak stabil. Dalam penelitian ini nilai tegangan yang masuk ke motor dibatasi nilainya antara 3,7-14,8 volt.



(a)

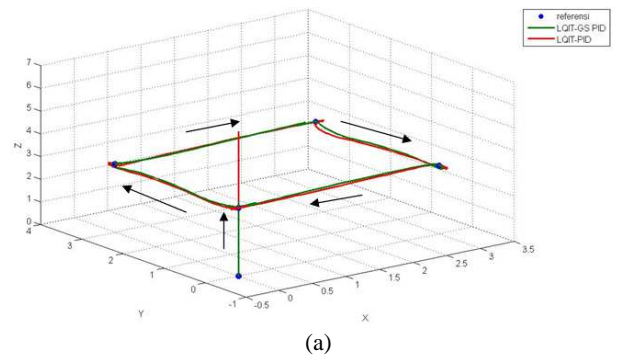


(b)

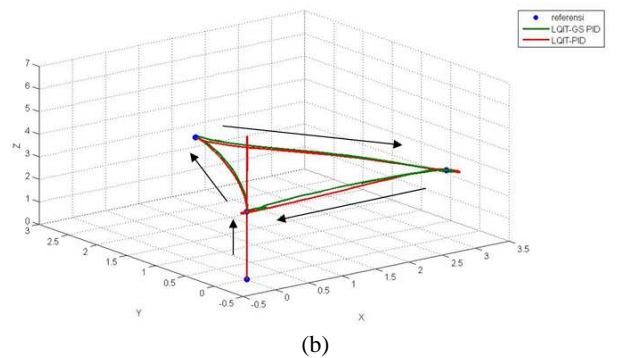
Gbr.8. Hasil tracking respon posisi secara bersamaan untuk referensi 2 m (a) tidak stabil (b) stabil

### C. Pengujian Terhadap Way Point Tracking

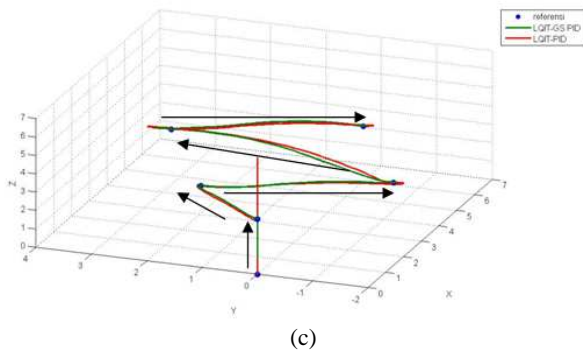
Pada bagian ini dibahas mengenai hasil pengujian terhadap *way point tracking*. Tujuan dari pengujian pada sub bab ini adalah untuk mengetahui apakah kontroler hasil desain sudah bisa membuat *quadrotor* terbang mengikuti *waypoint* dengan pola-pola tertentu. Dalam pengujian ini di ujikan 3 pola yaitu pola persegi, segitiga dan zigzag. Gbr. 9 adalah Gambar hasil pengujian untuk ketiga pola *way point*. Tabel 2 adalah tabel rekapitulasi IAE untuk pengujian ini.



(a)



(b)



Gbr. 9 Hasil pengujian way point tracking dengan pola(a) persegi (b) segitiga (c) zigzag

TABEL II  
REKAPITULASI IAE WAY POINT TRACKING

Pola	IAE LQIT-PID	IAE LQIT-Gain Scheduling PID
Persegi	36,3	30,93
Segitiga	34,25	29,29
Zigzag	54,87	48,43
<b>Rata-rata</b>	<b>41,806</b>	<b>36,216</b>

Pada pengujian ini, nilai IAE dengan LQIT-gain scheduling PID lebih baik dari pada LQIT-PID untuk seluruh pola waypoint. Nilai IAE untuk pola persegi, segitiga dan zigzag dan rata-ratanya pada LQIT-PID adalah 36,3; 34,25; 54,87; dan 41,806 sedangkan untuk LQIT-gain scheduling PID adalah 30,93; 29,29; ;48,43 dan 36,216. Dari ketiga jenis way point yang paling sulit untuk dilalui adalah yang berbentuk zigzag, karena pola tersebut melibatkan selisih jarak yang berbeda-beda antar titik waypoint serta dari satu titik ke titik lain dan memerlukan gerakan diagonal yaitu gabungan antara gerakan dari tracking posisi X dan Y. Secara keseluruhan kedua metode dapat membuat quadrotor mengikuti waypoint yang di berikan namun metode LQIT-gain scheduling PID lebih baik dari pada metode LQIT PID karena memiliki nilai IAE yang lebih kecil.

IV. KESIMPULAN

Dari hasil simulasi dapat disimpulkan bahwa respon dengan kontroler LQIT-gain scheduling PID dapat membuat

quadrotor terbang mengikuti way point dengan nilai IAE rata-rata yang lebih kecil dibandingkan LQIT-PID, dapat dilihat dari nilai IAE rata-ratanya yaitu untuk metode LQIT-PID sebesar 41,806. Mekanisme gain scheduling mampu mengatasi perubahan dinamika sistem sehingga dengan menambahkan mekanisme ini pada kontroler, dapat menambah performa kontroler dan menambah kestabilan respon sistem, terbukti saat pengujian posisi secara bersamaan untuk referensi 2,5 meter. Sebagai saran untuk pengembangan selanjutnya, dapat dicoba metode kontrol adaptif seperti MRAC (Model Reference Adaptive Control) atau STR (Self Tuning Regulator) untuk menyesuaikan perubahan dinamika sistem, selain itu dapat dicoba desain kalman filter untuk mengatasi masalah noise pengukuran.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih disampaikan kepada Teknik Elektro Universitas Diponegoro atas fasilitasnya.

REFERENSI

- [1] Salih, A.L., M. Moghavvemi, H.A.F. Mohamed and K.S. Gaeid, "Flight PID controller design for a UAV quadrotor" *Scientific Research and Essays Vol. 5(23)*, pp. 3660-3667, 2010.
- [2] Abdessameud, A., and A. Tayebi, "Global trajectory tracking of VTOL-UAVs without linear velocity measurements", *Automatica* 46, 1053-1059, 2010.
- [3] Erginer, B., and E. Altug, "Modeling and PD Control of a Quadrotor VTOL Vehicle", *proceedings of the 2007 IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, Istanbul, Turkey, 2007.
- [4] Guclu, A., *Attitude and Altitude Control of an Outdoor Quadrotor*, Master Thesis, Atılım University, 2012.
- [5] Bouabdallah, S., *Design and Control of Quadrotors with Application to Autonomous Flying*, Ph.D. Thesis, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, 2007.
- [6] Nasution, M.F., *Desain Sistem Kontrol Robust Pid H $\infty$  Control Dengan Optimasi Genetic Algorithm Untuk Attitude Control Quadrotor UAV*, Skripsi S-1, Universitas Diponegoro, 2013.
- [7] Saputra, O.D., *Pemodelan dan Simulasi Roll, Pitch, Yaw pada Quadrotor*, Skripsi S-1, Universitas Diponegoro, 2012.
- [8] Bresciani, T., *Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter*, Master Thesis, Lund University, 2008.