

Unknown Input Observer untuk Robust Detection Sinyal Kesalahan terhadap Disturbance Menggunakan LMI

Samiadji Herdjunanto¹

Abstract—Implementation of time scheduled maintenance is not suitable if it is applied for systems with many varieties of heavy workload and harsh environment, since on that condition components degrade earlier than those under normal condition. Therefore, it has been shifted to condition-based maintenance (CBM). One important aspect, among others, toward successful implementation of CBM method is fault signal detection which is robust against disturbance. The proposed solution of the problem is to use Unknown Input Observer (UIO) where its parameters are chosen so that UIO can be used for fault signal detection which is robust against disturbance. The parameter values of UIO are calculated using linear matrix inequality (LMI) derived from Lyapunov stability requirement. To demonstrate the effectiveness of the proposed solution, simulation is performed on a separately-excited DC motor where its load has a step change and time-varying change. The result shows that a fault signal as a function of nonlinear state can be detected using UIO which is robust against both step and time-varying load of the DC motor.

Intisari—Impelementasi pemeliharaan sistem yang berbasis *time-schedule* tidak cocok untuk kondisi sistem yang memiliki beban dengan variasi yang tinggi dan kondisi lingkungan yang buruk karena pada kondisi tersebut komponen-komponen sistem mengalami degradasi lebih cepat dibandingkan dengan kondisi normal. Oleh karena itu, pemeliharaan bergeser menjadi berbasis kondisi sistem (CBM). Salah satu problem penting menuju terealisasinya CBM adalah dapat diimplementasikannya deteksi sinyal kesalahan yang *robust* terhadap *disturbance*. Usulan penyelesaiannya adalah menggunakan *Unknown Input Observer* (UIO) yang parameter-parameternya disusun sehingga UIO dapat digunakan untuk mendeteksi sinyal kesalahan yang *robust* terhadap *disturbance*. Adapun harga parameter-parameter tersebut dihitung menggunakan *linear matrix inequality* (LMI) yang dijabarkan dari syarat stabilitas Lyapunov. Untuk mendemonstrasikan usulan penyelesaian problem, dilakukan simulasi pada *plant* motor DC eksitasi terpisah dengan perubahan beban *step* maupun beban yang berubah terhadap waktu. Hasilnya, sinyal kesalahan sebagai fungsi *nonlinear state* dapat dideteksi dengan menggunakan UIO yang *robust* terhadap perubahan beban motor DC baik *step* maupun *time-varying*.

Kata Kunci— *Unknown Input Observer* (UIO), Deteksi kesalahan, *Robust*, Lyapunov, Stabilitas, *Linear Matrix Inequality* (LMI), Motor DC.

I. PENDAHULUAN

Pemeliharaan sistem sangat penting dilakukan untuk mengurangi terjadinya kerusakan fatal sistem akibat

kegagalan komponen. Kerusakan fatal tersebut dapat berakibat pada timbulnya kerugian material hingga hilangnya nyawa manusia. Pemeliharaan sistem pada mulanya dilakukan setelah komponen mengalami kegagalan (*reactive maintenance*). Cara pemeliharaan berikutnya dilakukan dengan pemantauan sistem secara terjadwal (inspeksi periodis). Apabila beban kerja sistem itu tinggi, maka komponen akan mengalami degradasi lebih awal sehingga keterlambatan evaluasi keadaan sistem tidak terhindarkan. Pada keadaan ini, sistem sudah telanjur mengalami kerusakan tanpa terdeteksi. Akibatnya, diperlukan tambahan biaya maupun waktu untuk perbaikan komponen atau bahkan harus mengganti komponen yang rusak. Untuk mengatasi hal tersebut, diperlukan suatu cara pemeliharaan sistem yang dapat memonitor keadaan sistem dari waktu ke waktu. Pada awalnya, pemeliharaan sistem banyak menggunakan data statistis [1]. Akhir-akhir ini, pemeliharaan sistem bergeser menjadi pemeliharaan sistem berbasis model [2], [3]. Dengan basis model matematis, maka jangkauan keberlakuan penyelesaian masalah menjadi lebih luas dibandingkan dengan apabila berbasis pada data. Pemeliharaan sistem berbasis model matematis ini telah dipakai untuk deteksi kesalahan (*fault detection*) sampai penentuan lokasi kesalahan (*fault isolation*). Lebih spesifik, deteksi kesalahan yang berhubungan dengan masukan sistem (*actuator fault signal detection*) telah dilakukan [4]-[6]. Lebih lanjut, penelitian mengenai deteksi kesalahan yang berhubungan dengan keluaran sistem (*sensor fault signal detection*) juga telah dilakukan [7]-[9]. Lebih lanjut, *fault detection* juga sudah diaplikasikan untuk beberapa macam *plant* [10]-[13]. Oleh karena itu, komponen yang mengalami degradasi dapat dideteksi lebih awal sehingga tindakan lebih lanjut dapat segera dilakukan untuk mencegah kerusakan komponen semakin parah.

Terdapat banyak penelitian mengenai deteksi kesalahan yang berhubungan dengan masukan dan keluaran sistem. Di sisi lain, penelitian mengenai deteksi kesalahan internal pada sistem, yaitu kesalahan komponen berupa fungsi *nonlinear state* yang mengubah sistem linier menjadi *nonlinear* yang *robust* terhadap *disturbance*, belum banyak dilakukan.

Tujuan makalah ini adalah dapat mendeteksi adanya sinyal kesalahan berupa fungsi *nonlinear state*. Problem yang dihadapi adalah adanya *disturbance* yang dapat mengganggu deteksi sinyal kesalahan tersebut. Oleh karena itu, diusulkan pemakaian *unknown input observer* (UIO) sehingga dapat dilakukan deteksi sinyal kesalahan berupa fungsi *nonlinear state* yang *robust* terhadap *disturbance*. Strateginya adalah dengan merancang UIO berbasis pada sistem linier, sehingga ketika sinyal kesalahan tidak ada, maka *state estimation error* nol atau dengan kata lain *robust* terhadap *disturbance*. Lebih lanjut, ketika sinyal kesalahan berupa fungsi *nonlinear state*

¹ Dosen, Departemen Teknik Elektro dan Teknologi Informasi, Universitas Gadjah Mada, Jalan Grafika 2 Yogyakarta 55281, INDONESIA (telp: 0274-90-2202; fax: 552305; e-mail: samiadji@ugm.ac.id)

muncul, maka diperoleh *nonzero state estimation error*. Deteksi kesalahan dilakukan melalui *state estimation error* karena *error space* mempunyai kandungan informasi yang tinggi.

Parameter-parameter UIO disusun seperti yang telah dilakukan pada penelitian sebelumnya [14]. Lebih lanjut, dengan menggunakan persyaratan stabilitas Lyapunov maka parameter-parameter tersebut dapat dihitung dengan pendekatan *linear matrix inequality* (LMI) [15]. Lebih lanjut, hasil investigasi tersebut diujikan pada motor DC eksitasi terpisah dengan beban *step* maupun beban berubah terhadap waktu melalui simulasi.

Paper ini dibagi menjadi beberapa bagian sebagai berikut. Pada bagian II, dijabarkan perancangan UIO menggunakan LMI. Pada bagian III, dibahas mengenai desain UIO untuk mendeteksi kesalahan berupa fungsi *nonlinear state* pada motor DC eksitasi terpisah. Pada bagian IV, dijelaskan mengenai simulasi yang dilakukan untuk mendemonstrasikan usulan penyelesaian masalah diikuti dengan hasil dan pembahasannya. Selanjutnya, kesimpulan makalah ini diberikan pada bagian akhir.

II. DESAIN UNKNOWN INPUT OBSERVER

Model matematis *plant* untuk sistem linier dapat direpresentasikan dengan persamaan berikut.

$$\dot{x} = Ax + Bu + Dv \quad (1)$$

$$y = Cx \quad (2)$$

dengan $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^k$, $v \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$ berturut-turut adalah *state vector*, *known input vector*, *unknown input vector*, dan *output vector*.

Struktur UIO untuk sistem linier diberikan sebagai berikut [14].

$$\dot{z} = Nz + Gu + Ly \quad (3)$$

$$\hat{x} = z - Ey \quad (4)$$

dengan $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ dan $z \in \mathbb{R}^n$ berturut-turut adalah estimasi *vector state* dan *vector state* UIO. Adapun N, G, L , dan E adalah matriks yang akan ditentukan kemudian sehingga \hat{x} konvergen ke x .

Kesalahan estimasi *state* diberikan sebagai berikut.

$$e = \hat{x} - x = z - Mx \quad (5)$$

dengan

$$M = I_n + EC \quad (6)$$

$I_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ adalah matriks identitas. Dinamika kesalahan estimasi *state* kemudian dapat diturunkan dari (5) sebagai berikut.

$$\dot{e} = \dot{z} - M\dot{x}. \quad (7)$$

Substitusi (1), (2), dan (3) ke (7) menghasilkan

$$\dot{e} = Nz + (LC - MA)x + (G - MB)u - MDv \quad (8)$$

Dari (5), $z = e + Mx$, sehingga

$$\dot{e} = Ne + (NM + LC - MA)x + (G - MB)u - MDv. \quad (9)$$

Kemudian dari (9) dibuat

$$NM + LC - MA = 0 \quad (10)$$

$$G - MB = 0. \quad (11)$$

Agar hasil estimasi *state* tidak dipengaruhi *disturbance*, maka dibuat

$$MD = 0 \text{ atau } (I_n + EC)D = 0 \quad (12)$$

sehingga (9) menjadi

$$\dot{e} = Ne. \quad (13)$$

Persamaan (10) ditulis ulang menjadi sebagai berikut [14].

$$N = MA - KC \quad (14)$$

dengan

$$K = L + NE. \quad (15)$$

Substitusi (14) ke (15) menghasilkan

$$L = K(I_p + CE) - MAE \quad (16)$$

dengan $I_p \in \mathbb{R}^{p \times p}$ adalah matriks identitas.

Diinginkan kesalahan estimasi *state* e mengecil seiring waktu berjalan. Oleh karena itu, energi yang terkandung dalam e dibuat semakin kecil dengan merancang parameter UIO. Dipilih fungsi Lyapunov $V = e^T P e$ sehingga dihasilkan \dot{V} sebagai berikut.

$$\dot{V} = e^T (N^T P + PN)e. \quad (17)$$

Agar terjadi penyusutan energi seiring waktu berjalan, maka LMI

$$(N^T P + PN) < 0 \quad (18)$$

harus terpenuhi. Kemudian dari (12) diperoleh

$$ECD = -D \quad (19)$$

yang mempunyai penyelesaian umum [14]

$$E = -D(CD)^+ + Y(I_p - (CD)(CD)^+) \quad (20)$$

dengan $(CD)^+ = ((CD)^T(CD))^{-1}(CD)^T$ dan Y dapat dipilih sembarang. Untuk memudahkan penulisan, maka ditulis $U = -D(CD)^+$ dan $V = I_p - (CD)(CD)^+$, sehingga

$$E = U + YV. \quad (21)$$

Oleh karena itu, LMI (18) dapat ditulis lebih detail untuk menghitung Y, K , dan $P > 0$ sebagai berikut [15].

$$\begin{aligned} & ((I_n + UC)A)^T P + P(I_n + UC)A \\ & + (VCA)^T \bar{Y}^T + \bar{Y}(VCA) \\ & - C^T \bar{K}^T - \bar{K}C < 0. \end{aligned} \quad (22)$$

dengan $Y = P^{-1}\bar{Y}$ dan $K = P^{-1}\bar{K}$.

Dengan mendapatkan solusi matriks Y, K , dan $P > 0$, maka desain UIO dapat diselesaikan.

Langkah-langkah untuk mendesain UIO dapat disimpulkan sebagai berikut.

1. Menghitung $U = -D(CD)^+$ dan $V = I_p - (CD)(CD)^+$.
2. Menyelesaikan LMI seperti (22) untuk mendapatkan solusi matriks \bar{Y} , \bar{K} , dan $P > 0$.
3. Menghitung $Y = P^{-1}\bar{Y}$ dan $K = P^{-1}\bar{K}$.
4. Menghitung parameter UIO: $E = U + YV$, $M = I_n + EC$, $N = MA - KC$, $G = MB$, dan $L = K(I_p + CE) - MAE$.

Pada desain UIO ini, diasumsikan CD memiliki *full rank*.

III. DETEKSI KESALAHAN BERUPA FUNGSI *NONLINEAR STATE* PADA MOTOR DC EKSIKASI TERPISAH

A. Model Matematis Plant dengan Kesalahan Berupa Fungsi *Nonlinear State*

Model matematis *plant* dengan kesalahan berupa fungsi *nonlinear state* dinyatakan dalam persamaan sebagai berikut.

$$\dot{x} = Ax + Bu + f(x) + Dv \tag{23}$$

$$y = Cx. \tag{24}$$

Matriks D mempunyai *full column rank*, sedangkan $f(x)$ adalah fungsi *nonlinear state* yang merupakan *component fault signal*.

B. Model Matematis Plant Motor DC Eksitasi Terpisah

Motor DC eksitasi terpisah merupakan sistem elektromekanis sehingga memiliki bagian elektris dan bagian mekanis. Pada bagian elektris, model matematis dapat dituliskan sebagai berikut [16].

$$\frac{di_a(t)}{dt} = -\frac{K_b}{L}\omega(t) - \frac{R}{L}i_a(t) + \frac{1}{L}e_a(t) \tag{25}$$

sedangkan pada bagian mekanis, model matematis dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = -\frac{B_v}{J}\omega(t) + \frac{K_i}{J}i_a(t) - \frac{1}{J}\tau_L(t) \tag{26}$$

dengan

- $i_a(t)$: arus *armature* (A)
- $e_a(t)$: tegangan masukan *armature* (V)
- $\omega(t)$: kecepatan sudut motor (rad/detik)
- B_v : koefisien gesekan viskos dari motor dan beban (Nm/rad/detik)
- J : momen inersia motor dan beban (Nm/rad/detik²)
- K_i : konstanta torsi motor (Nm/A)
- K_b : konstanta *back-emf* motor (V/rad/detik)
- $\tau_L(t)$: torsi beban (Nm)
- L : induktans *armature* (H)
- R : hambatan *armature* (ohm).

Pada model motor DC eksitasi terpisah ini, diasumsikan bahwa fluks *air-gap* proporsional terhadap arus medan.

C. Nilai Parameter Model Matematis Motor DC Eksitasi Terpisah

Nilai-nilai parameter model matematis motor DC eksitasi terpisah diberikan pada Tabel I [16]. Diinginkan keluaran *plant* motor DC eksitasi terpisah adalah $\omega(t)$ sehingga nilai matriks A, B, D , dan C pada (1) dan (2) adalah sebagai berikut.

$$A = \begin{bmatrix} -200 & -200 \\ 50 & -5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 200 \\ 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ -50 \end{bmatrix}, C = [0 \quad 1]$$

dengan

$$x = [i \quad \omega]^T, u = e_a, \text{ dan } v = \tau_L.$$

TABEL I
NILAI NOMINAL PARAMETER MODEL MATEMATIS MOTOR DC EKSIKASI TERPISAH

Parameter	Nilai	Satuan
B_v	0,1	Nm/rad/detik
J	0,02	Nm/rad/detik ²
K_i	1	Nm/A
K_b	1	V/rad/detik
L	0,005	H
R	1	ohm

Pada (26), torsi beban τ_L tidak diketahui sehingga dianggap sebagai *unknown input* atau *disturbance*, $v = \tau_L$.

D. Modifikasi Model Matematis Motor DC Eksitasi Terpisah ketika Terjadi Kesalahan Berupa Fungsi *Nonlinear State*

Model matematis motor DC eksitasi terpisah (25) dan (26) termodifikasi ketika terjadi kesalahan menjadi model *nonlinear* sebagai berikut.

$$\frac{di_a(t)}{dt} = -\frac{K_b}{L}\omega(t) - \frac{R}{L}i_a(t) + \frac{1}{L}e_a(t) + \frac{K_b}{L}\omega(t)(i_a(t) - 1) \tag{27}$$

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = -\frac{B_v}{J}\omega(t) + \frac{K_i}{J}i_a(t) - \frac{1}{J}\tau_L(t). \tag{28}$$

Dari (27) dan (28), fungsi *nonlinear state* sebagai kesalahan adalah

$$f(x) = \left[\frac{K_b}{L}x_2(x_1 - 1) \quad 0 \right]^T = [200x_2(x_1 - 1) \quad 0]^T.$$

E. Desain UIO untuk Motor DC Eksitasi Terpisah

Diperoleh $CD = -50$ sehingga CD memiliki *full rank*. Selanjutnya, harga $U = -D(CD)^+$ dan $V = 1 - (CD)(CD)^+$ diperoleh sebagai berikut.

$$U = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \text{ dan } V = 0.$$

Solusi untuk LMI (22) diberikan sebagai berikut.

$$P = \begin{bmatrix} 0,0031 & 0 \\ 0 & 0,0031 \end{bmatrix}, \bar{Y} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ dan } \bar{K} = \begin{bmatrix} -0,622 \\ 0,643 \end{bmatrix}$$

sehingga harga Y dan K diperoleh sebagai berikut.

$$Y = P^{-1}\bar{Y} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ dan } K = P^{-1}\bar{K} = \begin{bmatrix} -200 \\ 148,889 \end{bmatrix}.$$

Nilai-nilai parameter UIO kemudian dapat dihitung sebagai berikut:

$$E = U + YV = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}, M = I_2 + EC = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$N = MA - KC = \begin{bmatrix} -200 & 0 \\ 0 & -148,889 \end{bmatrix},$$

$$G = MB = \begin{bmatrix} 200 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ dan}$$

$$L = K(1 + CE) - MAE = \begin{bmatrix} -200 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

F. Persamaan Deteksi Kesalahan

Deteksi kesalahan dilakukan dengan mengamati kesalahan estimasi *state* model matematis *plant*. Dari kesalahan estimasi *state* e (5), diperoleh dinamika \dot{e} untuk keperluan deteksi kesalahan berupa fungsi *nonlinear state* $f(x)$ sebagai berikut.

$$\dot{e} = \{Nz + Gu + Ly\} - M\{Ax + Bu + f(x) + Dv\}. \quad (29)$$

Substitusi (2) dan (5) ke (29) menghasilkan

$$\begin{aligned} \dot{e} = Ne + (NM + LC - MA)x + (G - MB)u \\ -Mf(x) - MDv. \end{aligned} \quad (30)$$

Sebelum ini, diberikan kondisi (10), (11), dan (12) sehingga (30) menjadi

$$\dot{e} = Ne - Mf(x). \quad (31)$$

Pada (31), kesalahan berupa fungsi *nonlinear state* terdeteksi sebagai $-Mf(x)$. Dapat dilihat bahwa \dot{e} tidak bergantung pada *disturbance* v sehingga deteksi kesalahan *robust* terhadap *disturbance*. Lebih lanjut, berdasarkan nilai N dan M yang diperoleh sebelum ini, (31) dapat ditulis lebih lengkap menjadi

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -200 e_1 \\ -148,889 e_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_1(x) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Dari (32), hanya *state estimation error* pertama e_1 saja yang mengandung sinyal kesalahan $f(x)$. Oleh karena itu, deteksi sinyal kesalahan $f(x)$ dapat dilakukan dengan mengamati e_1 saja. Selanjutnya, deteksi sinyal kesalahan berupa fungsi *nonlinear state* $f(x)$ menggunakan UIO akan diverifikasi melalui simulasi pada *plant* motor DC eksitasi terpisah.

IV. HASIL SIMULASI DAN PEMBAHASAN

A. Desain Simulasi

Motor DC eksitasi terpisah (25) dan (26) dengan karakteristik parameter yang telah disebutkan pada Tabel I diberi tegangan masukan *armature* konstan sebesar $e_a(t) = 1V$. Mulai $t = 1$ muncul sinyal kesalahan berupa fungsi *nonlinear state*

$$f(x) = \begin{cases} \mathbf{0}, & 0 \leq t < 1 \\ [200x_2(x_1 - 1) \quad 0]^T, & t \geq 1 \end{cases} \quad (33)$$

$$x = [i \quad \omega]^T$$

sehingga saat $t \geq 1$ (25) termodifikasi menjadi (27).

Torsi beban $\tau_L(t)$ sebagai *disturbance* berupa fungsi *step* dan fungsi *sinusoidal* diberikan sejak $t = 0$ secara terpisah. Fungsi *step* diberikan sebagai berikut.

$$\tau_L(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,2 Nm, & t \geq 0 \end{cases}$$

sedangkan fungsi *sinusoidal* diberikan sebagai berikut.

$$\tau_L(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,2(1 + \sin(10t)) Nm, & t \geq 0 \end{cases}$$

Untuk mengetahui tingkat *robustness* dari deteksi kesalahan menggunakan UIO, deteksi kesalahan menggunakan *observer* konvensional yang tidak didesain *robust* terhadap *disturbance* digunakan sebagai pembanding. Pada simulasi menggunakan UIO maupun *observer* konvensional, harga *disturbance* $v = \tau_L(t)$ sama sekali tidak diketahui.

B. Desain Observer Konvensional untuk Motor DC Eksitasi Terpisah

Struktur *observer* konvensional untuk sistem linier diberikan sebagai berikut.

$$\dot{\hat{x}}_c = K\hat{x}_c + Fy + Hu \quad (34)$$

dengan $\hat{x}_c \in \mathbb{R}^n$ adalah estimasi *state vector* pada *observer* konvensional, $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $F \in \mathbb{R}^{n \times p}$, dan $H \in \mathbb{R}^{n \times k}$ adalah matriks parameter *observer* konvensional yang akan dicari harganya. *State estimation error* pada *observer* konvensional didefinisikan sebagai berikut.

$$e_c = \hat{x}_c - x.$$

Pada *observer* konvensional yang tidak dirancang *robust* terhadap sinyal *disturbance* v , diperoleh dinamika *error* sebagai berikut.

$$\dot{e}_c = \dot{\hat{x}}_c - \dot{x} = Ke_c + (K + FC - A)x + (H - B)u. \quad (35)$$

Selanjutnya, kondisi

$$K = A - FC, \text{ dan}$$

$$H = B$$

membuat (35) menjadi

$$\dot{e}_c = (A - FC)e_c. \quad (36)$$

Agar *observer* stabil, harga F dipilih sembarang, sehingga $K = A - FC$ memiliki *eigenvalue* negatif.

Pada makalah ini, *eigenvalue* matriks K dipilih memiliki harga $\lambda_1 = -10$ dan $\lambda_2 = -15$ sehingga diperoleh

$$F = \begin{bmatrix} 503 \\ -180 \end{bmatrix} \text{ dan } K = \begin{bmatrix} -200 & -703 \\ 50 & 175 \end{bmatrix}$$

sedangkan harga

$$H = B = \begin{bmatrix} 200 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Deteksi sinyal kesalahan menggunakan *observer* konvensional dilakukan dengan mengamati elemen pertama dari *state estimation error*, karena sinyal kesalahan hanya muncul pada elemen pertama *vector* $f(x)$ pada (33).

C. Hasil Simulasi

Deteksi kesalahan berupa fungsi *nonlinear state* dilakukan dengan mengamati kesalahan estimasi *state* $e = \hat{x} - x$ yang dihasilkan oleh UIO dan *observer* konvensional. Nilai kondisi awal kesalahan *state* diberikan $e(0) = [0,05 \ 0,05]^T$ saat $t = 0$.

1) *Deteksi Kesalahan Berupa Fungsi Nonlinear State dengan Disturbance Berupa Fungsi Step*: Pada simulasi ini, motor DC eksitasi terpisah diberi *disturbance* berupa fungsi *step*. *State estimation error* yang dihasilkan oleh *observer* konvensional ditunjukkan pada Gbr. 1, sedangkan yang dihasilkan oleh UIO ditunjukkan pada Gbr. 2.

Pada Gbr. 1, tampak *nonzero state estimation error* pada *observer* konvensional ketika $0 < t < 1$ yang seharusnya berharga nol karena sinyal kesalahan baru muncul saat $t \geq 1$, sehingga hal ini memberikan kesimpulan yang salah. Munculnya *nonzero state estimation error* disebabkan oleh sinyal *disturbance*. Oleh karena itu, *observer* konvensional tidak *robust* terhadap *disturbance* sehingga tidak dapat dipakai untuk deteksi sinyal kesalahan.

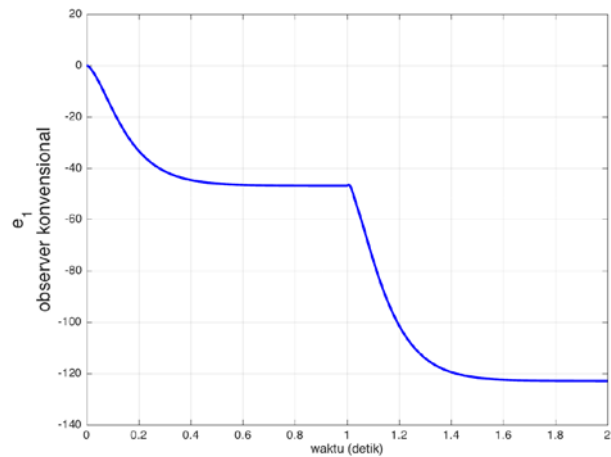
Pada Gbr. 2, *state estimation error* UIO bernilai nol ketika $0 < t < 1$, kecuali di awal waktu berupa sinyal transien akibat kondisi awal (bukan karena *disturbance*). Oleh karena itu, UIO *robust* terhadap *disturbance*. Lebih lanjut, saat $t \geq 1$, tampak *nonzero state estimation error* yang menandakan terdapat kesalahan berupa fungsi *nonlinear state*.

2) *Deteksi Kesalahan Berupa Fungsi Nonlinear State dengan Disturbance Berupa Fungsi Sinusoidal*: Pada simulasi ini, motor DC eksitasi terpisah diberi *disturbance* berupa fungsi *sinusoidal*. *State estimation error* yang dihasilkan oleh *observer* konvensional ditunjukkan pada Gbr. 3, sedangkan yang dihasilkan oleh UIO ditunjukkan pada Gbr. 4.

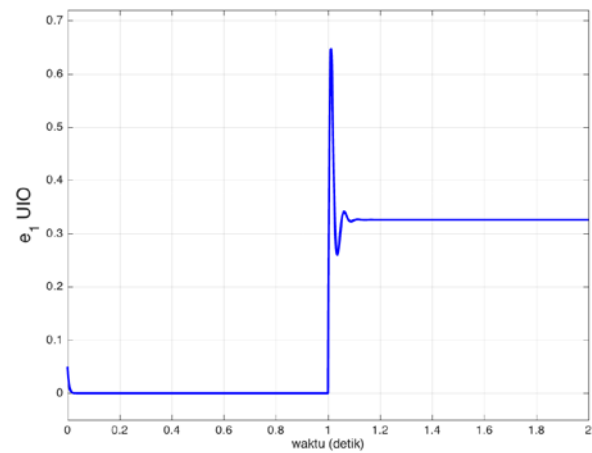
Pada Gbr. 3, ketika $0 < t < 1$, tampak *nonzero state estimation error* pada *observer* konvensional ketika $0 < t < 1$. Padahal, sinyal kesalahan baru muncul ketika $t \geq 1$ sehingga diperoleh kesimpulan yang salah karena seharusnya *state estimation error* berharga nol. Munculnya *nonzero state estimation error* ini disebabkan oleh sinyal *disturbance*. Oleh karena itu, *observer* konvensional tidak dapat digunakan untuk deteksi sinyal kesalahan karena tidak *robust* terhadap *disturbance*.

Pada Gbr. 4, ketika terdapat *disturbance*, yaitu ketika $0 < t < 1$, *state estimation error* UIO bernilai nol kecuali di awal waktu berupa sinyal transien akibat kondisi awal (bukan karena *disturbance*). Lebih lanjut, saat $t \geq 1$, tampak *nonzero state estimation error* yang menandakan terdapat kesalahan

berupa fungsi *nonlinear state*. Oleh karena itu, UIO dapat digunakan untuk mendeteksi adanya sinyal kesalahan dan *robust* terhadap *disturbance*.



Gbr. 1 *Estimation error* untuk *state* pertama motor DC eksitasi terpisah menggunakan *observer* konvensional dengan *disturbance step*.



Gbr. 2 *Estimation error* untuk *state* pertama motor DC eksitasi terpisah menggunakan UIO dengan *disturbance step*.

3) *Analisis Perbandingan Deteksi Kesalahan Menggunakan UIO dengan Menggunakan Observer Konvensional*: Pada *observer* konvensional, *state estimation error* didefinisikan $e = \hat{x}_c - x$ sehingga dari (23) dan (34), dihasilkan dinamika

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} -200 & -703 \\ 50 & 175 \end{bmatrix} e - \begin{bmatrix} 0 \\ -50 \end{bmatrix} v - \begin{bmatrix} f_1(x) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (37)$$

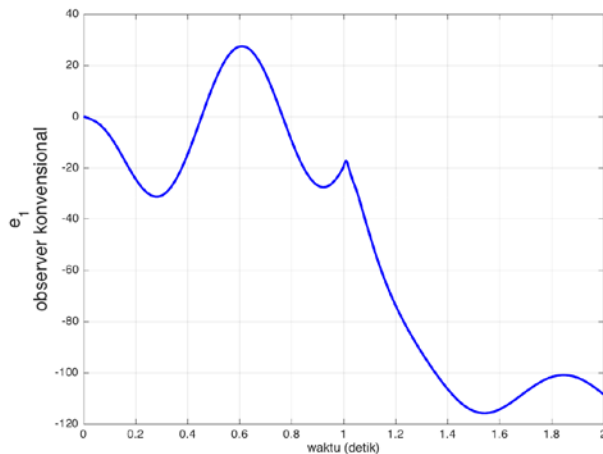
Dinamika *estimasi error state* pertama dapat dilihat secara lebih lengkap dengan substitusi (33) ke (37) sebagai berikut.

$$\dot{e}_1 = \begin{cases} -200e_1 - 703e_2, & 0 \leq t < 1 \\ -200e_1 - 703e_2 - 200x_2(x_1 - 1), & t \geq 1. \end{cases}$$

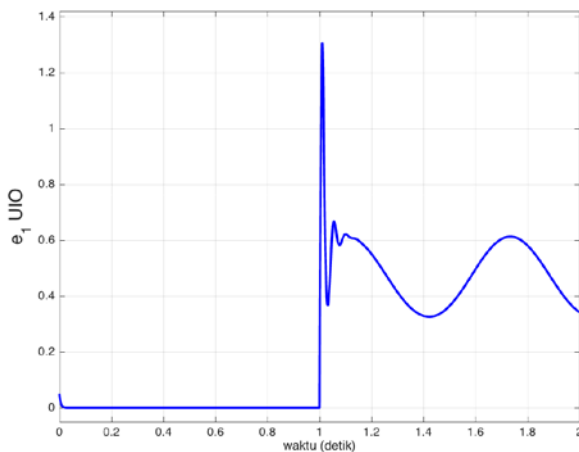
Karena e_1 mengandung e_2 yang e_2 itu sendiri mengandung *disturbance* v , seperti terlihat pada (37), maka *observer* konvensional terkontaminasi oleh *disturbance* sehingga tidak dapat dipakai untuk deteksi sinyal kesalahan.

Pada UIO, substitusi (33) ke (32) menghasilkan

$$\dot{e}_1 = \begin{cases} -200e_1, & 0 \leq t < 1 \\ -200e_1 - 200x_2(x_1 - 1), & t \geq 1. \end{cases}$$



Gbr. 3 Estimation error untuk state pertama motor DC eksitasi terpisah menggunakan observer konvensional dengan disturbance sinusoidal.



Gbr. 4 Estimation error untuk state pertama menggunakan UIO dengan disturbance sinusoidal.

Dapat dicermati ketika $0 \leq t < 1$, estimation error untuk state pertama

$$e_1 = 0,05 \exp(-200 t)$$

konvergen menuju nol dari kondisi awal dalam waktu yang cepat dengan time constant $t_c = 0,005$ detik meskipun terdapat disturbance v sehingga UIO robust terhadap disturbance v . Ketika $t \geq 1$, e_1 mengandung sinyal kesalahan berupa fungsi nonlinear state dengan dinamika $-200x_2(x_1 - 1)$. Oleh karena itu, terjadi perubahan nilai e_1 dari yang semula nol menjadi nonzero ketika $t \geq 1$ yang digunakan untuk mendeteksi munculnya sinyal kesalahan.

V. KESIMPULAN

UIO untuk keperluan deteksi kesalahan berupa fungsi nonlinear state yang robust terhadap disturbance telah

berhasil didesain menggunakan LMI dan telah diujikan pada motor DC eksitasi terpisah melalui simulasi. Pada simulasi, diberikan disturbance berupa fungsi step dan fungsi sinusoidal. Simulasi menunjukkan bahwa ketika sinyal kesalahan yang berupa fungsi nonlinear state muncul, telah dapat dideteksi menggunakan UIO dengan mengamati adanya nonzero estimation error untuk state pertama. Untuk mengetahui tingkat robustness deteksi kesalahan terhadap disturbance, deteksi kesalahan menggunakan UIO dibandingkan dengan deteksi kesalahan menggunakan observer konvensional. Untuk observer konvensional, ketika tidak ada sinyal kesalahan, estimation error untuk state pertama tidak sama dengan nol sehingga observer tidak robust terhadap disturbance. Ketika UIO digunakan, estimation error untuk state pertama sama dengan nol ketika tidak ada sinyal kesalahan, sehingga UIO robust terhadap disturbance. Oleh karena itu, UIO lebih baik daripada observer konvensional dalam hal robustness terhadap disturbance.

REFERENSI

- [1] Barlow, R.E & Proschan, F., *Statistical Theory of Reliability and Life Testing*, Holt, Reinhart and Winston., 1981.
- [2] Ambani,S., Li,L. & Ni,J., "Condition-Based Maintenance Decision-Making for Multiple Machines Systems", *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 131, hal. 031009-1 - 031009-9, 2009.
- [3] Donca, G., Mihaila, I. & Nica, M., "Aspects of Model-Based Diagnostics in Condition Based Maintenance", *Fascicle of Management and Technological Eng*, Vol. VII, hal. 1346-1349, 2008.
- [4] Herdjunto, S., "Pembangkitan Decoupled Residual untuk Isolasi Kesalahan Aktuator Pesawat Terbang Bergerak Lateral," *Jurnal Nasional Teknik Elektro dan Teknologi Informasi (JNTETI)*, Vol. 5, No. 3, hal. 239 - 243, 2016.
- [5] Herdjunto, S., Susanto, A., and Wahyunggoro, O., "Robust Residual Generation for Actuator Fault Isolation," *The 5th International Conference on Information Technology and Electrical Engineering (ICITEE)*, 2013, hal. 486-491.
- [6] Meskin, N. and Khorasani, K., "Actuator Fault Detection and Isolation for a Network of Unmanned Vehicles," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 54, No. 4, hal. 835-840, 2009.
- [7] Herdjunto, S., Susanto, A, and Wahyunggoro, O., "Robust Residual Generation for Sensor Fault Isolation in Systems with Structured Uncertainty: A Case Study: MIMO Web Winding System," *The 6th International Conference on Information Technology and Electrical Engineering (ICITEE)*, 2014, hal. 405-410.
- [8] Reppa, V., Polycarpou, M. M., and Panayiotou, C.G., "Adaptive Approximation for Multiple Sensor Fault Detection and Isolation of Nonlinear Uncertain Systems," *IEEE Trans. Neural Networks Learn. Syst.*, Vol. 25, No. 1, hal. 137-153, 2014.
- [9] Zhang, X., "Sensor Bias Fault Detection and Isolation in a Class of Nonlinear Uncertain Systems Using Adaptive Estimation," *IEEE Trans. Autom. Control.*, Vol. 56, No. 5, hal. 1220-1226, 2011.
- [10] Chen, W., Chen, W.T., Saif, M., Li, M.F., Wu, H., "Simultaneous Fault Isolation and Estimation of Lithium-Ion Batteries via Synthesized Design of Leuenberger and Learning Observers", *IEEE Trans on Control Systems Technology*, Vol.22, No.1, hal. 290-298, 2014.
- [11] Chowdhury, F.N., Aravena, J.L., "A Modular Methodology for Fast Fault Detection and Classification in Power Systems", *IEEE Trans on Control Systems Technology*, Vol.6, No.5, hal. 623-634, 1998.
- [12] Codetta-Raiteri, D. and Portinale, L., "Dynamic Bayesian Networks for Fault Detection, Identification, and Recovery in Autonomous Spacecraft", *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics: Systems*, Vol. 45, No.1, hal. 13-24, 2015.
- [13] Gu, D.W., Poon, F.W., "A Robust Fault-Detection Approach with Application in a Rolling -Mill Process". *IEEE Trans on Control Systems Technology*, Vol. 11, No.3, hal. 408-414, 2003.

- [14] Darouach, M., Zasadzinski, M., Xu, J., "Full-Order Observers for Linear Systems," *IEEE Trans. Autom. Control.*, Vol. 39, No. 3, hal. 606–609, 1994.
- [15] Chen, W. and Saif, M., "Unknown Input Observer Design for a Class of Nonlinear Systems: an LMI Approach," *Proceedings of the 2006 American Control Conference*, 2006, no. 1, pp. 834–838.
- [16] Golnaraghi, F. and Kuo, B. C., *Automatic Control Systems*, 9th ed. New Jersey: John Wiley and Sons, 2010.