

Pengaruh Potongan Harga pada Sistem Inventori (Q,R) yang Mempertimbangkan Ketergantungan antara Lot Size dan Lead Time

Nur Indrianti, Setya Prajoko, dan Trismi Ristyowati

Jurusan Teknik Industri, UPN "Veteran" Yogyakarta

Jl. Babarsari No.2, Tambakbayan, Yogyakarta 55281

Abstract

This paper is concerned with lot size dependent lead times in a (Q,R) inventory system considering-quantity discounts offered by suppliers. With regards to the existing model that considers the impact of lot size on lead time and safety stock requirements, we present an efficient iterative algorithm to decide lot size that minimizes total inventory cost. The algorithm simultaneously determines lot size and safety stock based on the tradeoff between inventory holding cost and shortage cost. A numerical example is provided to clarify the iteration procedure. In addition, we identify the effect of shop floor queuing factor on lot size decision.

The result of the study shows that purchasing larger lot size does not always result in minimum total inventory cost. Larger lot size reduces per unit ordering cost and shortage cost, but increases the holding cost due to more inventories. Moreover, we conclude that increased shop floor queuing factor leads to increased production lead time, resulting in larger lot size.

Keywords: (Q,R) inventory system, lot size dependent lead times, quantity discount.

1. Pendahuluan

Just-in-time (JIT) adalah suatu pendekatan terhadap manajemen produksi dan inventori yang dikembangkan oleh Jepang. JIT mencakup berbagai aspek manajerial dan menempatkan tingkat inventori yang rendah (low inventory) sebagai salah satu tujuan yang ingin dicapai. Dalam implementasinya, pengurangan waktu *set-up* dan ongkos produksi yang dilakukan oleh perusahaan-perusahaan Jepang berakibat pada ukuran lot yang kecil dan pengurangan tingkat inventori. Dengan demikian maka permasalahan yang dihadapi adalah bagaimana mengatur sistem pengendalian inventori dengan ongkos set-up dan ukuran lot yang lebih kecil.

Pengendalian inventori meliputi pengambilan dua keputusan kunci yaitu (1) kapan memesan dan (2) berapa yang harus dipesan. Ukuran lot (*Lot size*) menjawab pertanyaan kedua, sedangkan titik pemesanan kembali (*reorder point*) merupakan jawaban terhadap pertanyaan pertama. Dari keputusan tersebut dapat ditentukan tingkat *turnover cycle stock* dan persediaan

pengaman (*safety stock*), yang merupakan komponen inventori.

Dalam sistem pengendalian inventori yang dikaji secara kontinyu (*continuous-review inventory system*), yang disebut sebagai sistem inventori (Q,R), persediaan pengaman diatur sedemikian rupa untuk melindungi sistem dari resiko kehabisan barang (stock-out) selama waktu anjang (*lead time*) pemesanan. Kebanyakan model inventori (Q,R) mengasumsikan *lead time* tetap, sebagai dasar untuk menentukan tingkat *safety stock*. Menanggapi hal tersebut, Kim dan Benton (1995) mengembangkan model persediaan (Q,R) dengan mempertimbangkan kenyataan yang terjadi pada lingkungan manufaktur, yaitu *lead time* merupakan fungsi dari *lot size*. Model ini juga secara eksplisit mempertimbangkan dampak *lot size* terhadap *lead time* dan kebutuhan *safety stock*. Dalam hal ini, mereka menggambarkan bahwa penghematan yang signifikan dapat terjadi jika di dalam menentukan kebutuhan *safety stock* perusahaan mempertimbangkan faktor *lot size*. Model persediaan ini disebut sebagai *lot size dependent lead time* dalam sistem persediaan (Q,R).

Model yang dikembangkan oleh Kim dan Benton (1995) mengasumsikan bahwa *lot size* pemesanan akan mempengaruhi panjang *lead time*. Model tersebut juga beranggapan bahwa *lead time* dipengaruhi oleh faktor antrian. Dalam hal ini, faktor antrian diartikan sebagai perbandingan total *lead time* produksi dengan waktu proses aktual pada rantai produksi.

Model Kim dan Benton (1995) mengasumsikan harga beli bahan baku tetap. Namun pada kenyataannya perusahaan sering mendapatkan tawaran potongan harga untuk pembelian pada kisaran kuantitas tertentu (*quantity discount*). Menanggapi hal tersebut, penelitian ini dimaksudkan untuk mengembangkan lebih lanjut model Kim dan Benton tersebut untuk situasi *quantity discount*. Penelitian ini juga mengkaji pengaruh faktor antrian proses produksi terhadap *lot size* pemesanan.

2. Fundamental

Pada sistem persediaan (Q,R), posisi persediaan baik yang secara fisik ada di perusahaan maupun yang sedang dalam pemesanan, selalu diperhatikan secara terus-menerus. Apabila persediaan berada pada posisi reorder point, maka akan dilakukan pemesanan sebesar Q. Dengan demikian, terdapat dua parameter yang harus ditentukan dalam sistem persediaan (Q,R), yaitu *lot size* (Q) dan *reorder point* (R).

Reorder point ditentukan dengan mempertimbangkan *safety stock* (B), yang merupakan perkiraan permintaan selama *lead time*. Dengan demikian, nilai B merupakan suatu faktor penting dalam menentukan R. Oleh karena itu dapat dikatakan bahwa variabel sesungguhnya dalam sistem persediaan (Q,R) adalah Q dan B. Kedua variabel tersebut diatur sedemikian rupa untuk meminimalkan ongkos persediaan tahunan, yang dinyatakan sebagai berikut:

$$TC = \frac{D}{Q}s + \left(\frac{Q}{2} + B\right)h + \left(\frac{D}{Q}\right)b \quad (1)$$

Lot size dan *safety stock* yang saling mempengaruhi dapat ditinjau dari dua aspek, yaitu melalui frekuensi pemesanan dan melalui panjang *lead time*. Jika permintaan pertahun adalah *D* maka frekuensi pemesanan adalah D/Q . Apabila *D* tetap dan *Q* menurun, maka frekuensi pemesanan akan bertambah. Naiknya frekuensi pemesanan mengakibatkan meningkatnya probabilitas terjadinya *stock-out*. Untuk mengendalikannya maka diperlukan biaya persediaan dan *safety stock* yang lebih tinggi. Hal ini disebut sebagai efek frekuensi pemesanan, dan digunakan sebagai dasar untuk menentukan *cycle-service level*.

Menurut Felter dan Dalleck (1961), apabila *lead time* tetap, maka *cycle-service level* merupakan probabilitas tidak kehabisan persediaan selama siklus persediaan. Untuk menyeimbangkan biaya penyimpanan akibat satu unit *safety stock* dan biaya *stock-out*, maka probabilitas *stock-out* persiklus (*F*) dirumuskan sebagai berikut:

$$F = \frac{Qh}{Db} \quad (2)$$

Nilai *safety stock* dinyatakan sebagai :

$$B = k\sigma_L \quad (3)$$

dengan:

$$\sigma_L = \sigma\sqrt{L} \quad (4)$$

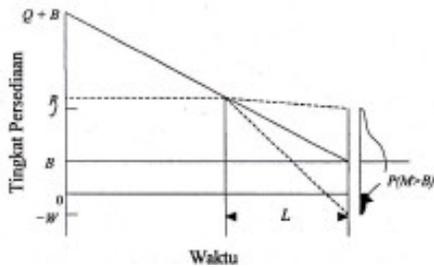
Dalam Persamaan tersebut σL menunjukkan deviasi standar dari permintaan selama *lead time* dan *k* dirumuskan sebagai berikut:

$$F = \int_0^z f(z)dz \text{ dan } z \sim N(0,1) \quad (5)$$

Jika *F* berdistribusi normal dan *cycle-service level* adalah (1-F) maka *k* dapat ditentukan dengan menggunakan tabel distribusi normal. *Cycle service level* merupakan area di bawah kurva normal di sebelah kiri dari suatu titik *z*. Dalam hal ini, nilai *z* sama dengan nilai *k*. Hubungan *lot size* dan frekuensi pemesanan dirumuskan sebagai berikut (Felter dan Dalleck, 1961 dan Brown, 1967):

$$Q = \sqrt{\frac{2D(s + Sb)}{h}} \quad (6)$$

Apabila lead time tetap, probabilitas *stock-out* (S) merupakan kemungkinan terjadinya kekurangan persediaan selama masa setelah *reorder point*, dikurangi dengan *safety stock* (Tersine, 1994). Gambar 1 menunjukkan probabilitas *stock-out* pada situasi tersebut.



Gambar 1. Probabilitas *stock-out* (Tersine, 1994)

Merujuk pada Karmaker (1987), lead time produksi digambarkan sebagai:

$$L = (\theta + pQ)\delta \tag{7}$$

Apabila nilai δ adalah 1, maka tidak terjadi antrian. Artinya, *lead time* produksi sama dengan waktu proses aktual. Apabila faktor antrian bernilai 10, berarti 90% dari proses produksi adalah waktu menunggu sedangkan yang 10% merupakan waktu proses aktual. Kondisi ini biasa terjadi pada sistem manufaktur *make to order*. Pesanan belum tentu dapat langsung dikerjakan karena bagian produksi mungkin saja masih memproses pesanan lain.

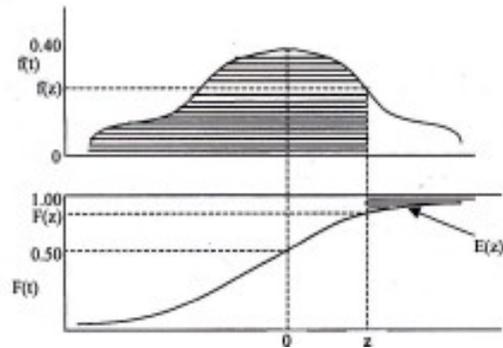
Nilai *stock-out* per siklus diestimasi dengan:

$$S = E(k)\sigma\sqrt{L} \tag{8}$$

dengan :

$$E(k) = \int_0^{\infty} zf(z)dz \text{ dan } z \sim N(0,1) \tag{9}$$

$E(z)$ ditentukan dengan bantuan tabel distribusi normal. Terdapat tiga fungsi penting dalam distribusi normal, yaitu fungsi probabilitas $f(z)$, fungsi distribusi kumulatif $F(z)$ dan fungsi kemungkinan $E(z)$. Probabilitas *stock-out* $P(M > z) = 1 - F(z)$. Sedangkan $E(z)$ adalah kuantitas *stock-out* selama satu periode. Hubungan $f(z)$, $F(z)$ dan $E(z)$ diperlihatkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Nilai $E(z)$ (Tersine,1994)

Untuk mempermudah perhitungan, nilai $E(z)$ disajikan dalam bentuk tabel *expected number* (Tersine, 1994). Apabila nilai $E(z)$ untuk suatu z tertentu tidak terdapat pada tabel, maka dicari dengan metode interpolasi. Metode ini dapat digunakan karena menurut Vollman (1992), setiap kenaikan nilai z sebesar satu (1) akan meningkatkan kelinieran grafik $E(z)$. Persamaan interpolasi dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{E(z_1) - E(z)}{E(z_1) - E(z_2)} = \frac{z_1 - z}{z_1 - z_2} \tag{10}$$

Persamaan (3) dan (4) menyatakan bahwa panjang *lead time* merupakan faktor penting dalam menentukan *safety stock*. Apabila *lead time* merupakan fungsi *lot size* (Persamaan (7)), maka akan terbuka hubungan yang baru antara *lot size* dan *safety stock*. Jika *lot size* berkurang, *lead time* akan menjadi lebih pendek. Sebagai akibatnya, *safety stock* akan berkurang, demikian juga *cycle service level*. Hal ini disebut sebagai efek *lead time*. Situasi ini dijadikan dasar untuk melakukan penyesuaian konsep dasar *Economic Order Quantity* (EOQ), yang dituliskan sebagai berikut:

$$Q = \sqrt{\frac{Ds}{h/2}} \tag{11}$$

Dalam Persamaan (11), $h/2$ merupakan kenaikan biaya marjinal penyimpanan dalam satu siklus persediaan akibat naiknya satu unit *lot size*. Sedangkan kenaikan *safety stock* marjinal akibat kenaikan satu unit *lot size* dapat dituliskan sebagai:

$$\Psi = \frac{\partial B}{\partial Q} \tag{12}$$

Persamaan (12) menunjukkan jika Q naik satu unit maka *safety stock* B akan naik sebesar Ψ .

Setiap penambahan unit persediaan juga akan meningkatkan siklus persediaan. Artinya, kenaikan *lot size* tidak hanya meningkatkan *cycle stock*, tetapi juga meningkatkan kebutuhan *safety stock* (B). Akibatnya, jika *lot size* naik 1 unit, ongkos inventori total akan naik sebesar $h/2$ (untuk *cycle stock*) dan $h\Psi$ (untuk *safety stock*). Dengan logika tersebut dilakukan penyesuaian terhadap Persamaan (11) sebagai berikut:

$$Q = \sqrt{\frac{Ds}{h/2 + h\Psi}} \tag{13}$$

3. Metodologi

3.1. Keputusan simultan *lot size* dan *safety stock*

Sebagaimana diuraikan sebelumnya *lot size* dan *safety stock* berhubungan melalui dua jalan, yaitu melalui frekuensi pemesanan dan melalui panjang *lead time*. Hubungan ini menyebabkan dampak yang berlawanan. Dari aspek frekuensi pemesanan, apabila *lot size* (Q) naik, maka frekuensi pemesanan menjadi lebih kecil, sehingga probabilitas *stock-out* (F) dan *safety stock* (B) akan berkurang. Sedangkan dari aspek *lead time*, apabila *lot size* naik maka *lead time* akan menjadi lebih panjang, probabilitas *stock-out* menjadi lebih besar, dan untuk mengendalikannya *safety stock* harus dinaikkan.

Dampak hubungan *lot size* dan *safety stock* yang berlawanan menimbulkan kesulitan dalam menentukan *lot size* optimal. Persamaan (13) belum bisa digunakan untuk menyelesaikan permasalahan, karena Ψ masih merupakan fungsi Q . Oleh karena itu, untuk menyelesaikan permasalahan tersebut, Kim dan Benton (1995) menggunakan metode iterasi. Dari Persamaan (3), (4), dan (7) diperoleh:

$$B = k\sigma\sqrt{(\theta + pQ)\delta} \tag{14}$$

yang dapat diturunkan menjadi:

$$\Psi = \frac{\partial B}{\partial Q} = \frac{1}{2}k\sigma p\delta \frac{1}{\sqrt{(\theta + pQ)\delta}} \tag{15}$$

Faktor interaksi *lead time* Δ didefinisikan sebagai:

$$\Delta = 2\Psi = k\sigma p\delta \frac{1}{\sqrt{(\theta + pQ)\delta}} \tag{16}$$

Dengan demikian, penyesuaian *lot size* pada setiap iterasi dapat dihitung sebagai berikut:

$$Q = \sqrt{\frac{2Ds}{h(1 + \Delta)}} \tag{17}$$

Persamaan (17) secara eksplisit memperhitungkan efek *lot size* terhadap *lead time* dan *safety stock*, serta penyesuaian biaya *set-up* pada setiap iterasi. Karena *stock-out* terjadi hanya selama siklus pemesanan, ongkos *stock-out* dapat dipertimbangkan sebagai komponen ongkos pemesanan (*holding cost*, h). Demikian pula pada setiap iterasi, ongkos *set-up* naik berdasarkan ekspektasi ongkos kehabisan barang per siklus pemesanan (*shortage cost*, b). Oleh karena itu *lot size* harus disesuaikan terus, dengan persamaan seperti berikut, sampai tercapai titik konvergen:

$$Q = \sqrt{\frac{2D(s + Sb)}{h(1 + \Delta)}} \tag{18}$$

Sedangkan *reorder point* dapat dihitung dengan persamaan sebagai berikut:

$$R = B + \bar{M} \tag{19}$$

dengan \bar{M} menunjukkan permintaan selama *lead time*.

Dengan memperhatikan *holding cost* dan *shortage cost*, secara umum algoritma penentuan *lot size* optimal, adalah sebagai berikut:

1. Menentukan *lot size* pemesanan (Q) dengan EOQ tradisional, menggunakan Persamaan (1)
2. Menentukan probabilitas optimum *stock-out* per siklus (F), menggunakan Persamaan (2) dan *cycle service level* : $1 - F$.
3. Menghitung *safety stock* (B) dengan Persamaan (14)
4. Menghitung kemungkinan terjadinya *stock-out* per siklus (S) menggunakan Persamaan (8)

5. Menghitung faktor *lead time* (Δ), menggunakan Persamaan (16).
6. Memperbaharui *lot size* pemesanan (Q'), menggunakan Persamaan (18).
7. Membandingkan Q dengan Q' .

Jika $|Q - Q'| \leq \epsilon$, iterasi dihentikan, kemudian dihitung biaya total persediaan.

Jika $|Q - Q'| > \epsilon$, Q diganti Q' , kemudian kembali ke langkah 2.

3.2. Penentuan *lot size* optimal pada situasi *quantity discount*

Ide dasar dari penelitian ini adalah bahwa *quantity discount* belum tentu menguntungkan bagi perusahaan. Pada situasi tersebut, jika *Lot size* pemesanan (Q') pada Persamaan (19) merupakan *lot size* optimal maka apabila kuantitas pemesanan lebih besar atau lebih kecil dari Q' , biaya total persediaan akan menjadi lebih besar. Apabila *lot size* minimal atau batas bawah kisaran kuantitas pemesanan dengan potongan harga tertentu (Q_d) lebih kecil dari Q' maka *lot size* pemesanan optimal adalah Q' , karena Q' termasuk dalam Q_d .

Penentuan *lot size* dilakukan dengan mempertimbangkan biaya total akibat adanya persediaan selama satu tahun. Selain biaya penyimpanan, biaya pemesanan dan biaya kekurangan persediaan, juga dipertimbangkan biaya pengadaan bahan baku (*procurement cost*), yang didefinisikan sebagai:

$$\text{procurement cost} = D.C \tag{20}$$

sehingga biaya total persediaan (Persamaan (1)) menjadi:

$$TC' = D.C + \frac{D}{Q}s + \left(\frac{Q}{2} + B\right)h + \left(\frac{D}{Q}\right)b \tag{21}$$

Pada Persamaan (20) dan (21), C menunjukkan harga bahan baku per unit. Penelitian ini juga mengasumsikan bahwa kapasitas gudang tidak terbatas dan tidak ada penyusutan nilai bahan baku. Selain itu, juga diasumsikan bahwa sistem produksi bersifat kontinyu, sehingga sistem persediaan juga bersifat kontinyu.

Apabila Q_d lebih besar dari Q' , maka keputusan untuk melakukan pembelian dengan atau tanpa *quantity discount* ditentukan dengan membandingkan biaya total persediaan yang juga merupakan fungsi dari *safety stock* dan *stock-out*.

Untuk perhitungan *lot size* pada situasi ini, dilakukan penyesuaian terhadap Persamaan (7), (2), (3), (4), dan (8) sebagai berikut:

$$L_d = (\theta + pQ_d)\delta \tag{22}$$

$$F = \frac{Q_d h}{Db} \tag{23}$$

$$B_d = k\sigma\sqrt{L_d} \tag{24}$$

$$S_d = E(k)\sigma\sqrt{L_d} \tag{25}$$

Sedangkan penentuan *lot size* pemesanan dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut.

- a. Menghitung *lot size* optimal tanpa potongan harga (Q), dengan prosedur perhitungan Kim dan Benton (1995) seperti yang telah diuraikan pada sub-subjudul 3.1
- b. Menentukan *lot size* berdasarkan potongan harga.
 1. Menentukan *lot size* minimal Q_d berdasarkan tingkat harga yang ditawarkan. *Lot size* minimal pada harga per unit dengan potongan harga terendah (C_1) disebut sebagai Q_{d1} , pada harga per unit dengan potongan harga yang lebih besar (C_2) disebut sebagai Q_{d2} dan seterusnya, dengan $Q_{d1} < Q_{d2}$.
 2. Membandingkan Q' dengan Q_{d1} . Jika $Q' \leq Q_{d1}$, maka *lot size* optimal adalah Q' . Jika $Q' < Q_{d1}$, maka menuju langkah 3.
 3. Membandingkan Q' dengan Q_{d2} . Jika $Q' \geq Q_{d2}$, maka *lot size* optimal adalah Q' . Jika $Q' < Q_{d2}$, maka menuju langkah 4. (Demikian seterusnya sampai Q_{dn} , dengan n merupakan jumlah tingkatan harga yang ditawarkan)

4. Menghitung biaya total persediaan (*TC*) dan *reorder point* (*R*) untuk setiap alternatif *lot size*, yaitu:
TC' dan *R'* untuk *lot size Q'*
TC_{d1} dan *R_{d1}* untuk *lot size Q'*
TC_{d2} dan *R_{d2}* untuk *lot size Q_{d2}*
 ...
TC_{dn} dan *R_{dn}* untuk *lot size Q_{dn}*
5. Membandingkan nilai *TC'*, *TC_{d1}*, *TC_{d2}*, ..., dan *TC_{dn}*
Lot size optimal adalah *lot size Q* yang mempunyai *TC* terkecil.

4. Hasil dan Pembahasan

4.1 Contoh numerik

Dalam sub-sub judul ini disajikan ilustrasi kasus berdasarkan data riil sebuah perusahaan semen yang manajemennya terdiri dari induk perusahaan (penghasil produk semen) dan unit usaha pembuatan kantong semen. Unit usaha kantong semen bersifat *make to order*, melayani permintaan baik dari induk perusahaan maupun perusahaan lain. Semua permintaan diperlakukan sama, baik tentang harga maupun waktu proses produksinya. Potongan harga diterapkan pada pembelian dengan kuantitas tertentu.

Penentuan *lot size* dalam kasus ini dilihat dari sisi induk perusahaan pembuat semen, dengan data yang meliputi (Pratistho, 2000 ; Setiyono, 2003):

1. *Lead time* produksi
 - Waktu proses (*p*) = 0,51 x 10⁻⁶ bulan/unit
 - Waktu set-up (*0*): 0,005208 bulan
2. Berdasarkan permintaan semen selama 12 bulan, diketahui:
 - Kebutuhan kantong semen per tahun (*D*): 595.305 unit.
 - Kebutuhan rata-rata per bulan (*A*): 49.608,75 unit/bulan, dengan deviasi standar (*a*) sebesar 2.3748,68 unit/bulan
3. Biaya-biayapersediaan:
 - hargabeli kantong: Rp. 2.480,- per unit

- biaya simpan: Rp. 496,- per unit per tahun
 - biaya setiap kali pemesanan (administrasi, bongkar muat, dll): Rp. 205.000,-
 - biaya stock-out: Rp.125,- per unit.
4. Potongan Harga
 Sebagai contoh, diambil kasus *quantity discount* seperti ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Harga kantong semen

Kuantitas Pembelian (<i>Q</i>)	Harga per unit (Rp)
$Q < 40.000$	2.480,-
$40.000 \leq Q < 70.000$	2.475,-
$Q \geq 70.000$	2.470,-

Sebagai perhitungan awal, *lot size* ditentukan berdasarkan $\delta=1$, dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- a. Menghitung *lot size* tanpa potongan harga Iterasi 1
 1. Menentukan *lot size* pemesanan dengan EOQ tradisional (*Q*), menggunakan Persamaan (11):

$$Q = \sqrt{\frac{2 \times 595305 \times 205000}{496}} = 22183$$

2. Menentukan probabilitas *stock-out* siklus, menggunakan Persamaan (2) :

$$F = \frac{22183 \times 496}{595305 \times 125} = 0,1479$$

$$\text{Cycle service level} = 0,8521$$

$$k = 1,04$$

3. Menghitung *safety stock* dan *lead time*, menggunakan Persamaan (14) dan (7):

$$B = 1,04 \times 23148,68 \times \sqrt{0,01652}$$

$$= 3094,44$$

$$L = (0,005208333 + 0,000000510$$

$$\times 22183) \times 1 = 0,0165$$

4. Menghitung *stock-out* per siklus, menggunakan Persamaan (10) dan (8):

$$\frac{k_2 - k_1}{k_2 - k} = \frac{E(k_2) - E(k_1)}{E(k_2) - E(k)}$$

$$\frac{1,05 - 1}{1,05 - 1,04} = \frac{0,0833 - 0,757}{0,0833 - E(k)}$$

maka $E(k) = 0,0818$

dan

$$S = 0,0818 \times 23148,68 \times \sqrt{0,01652} = 243,33$$

5. Menghitung faktor *lead time*, menggunakan Persamaan (16):

$$\Delta = 1,04 \times 23148,68 \times 0,000000510 \times 1 \times \frac{1}{\sqrt{0,01652}} = 0,0955$$

6. Memperbaharui *lot size* pemesanan (Q'), menggunakan Persamaan (18):

$$Q' = \sqrt{\frac{2 \times 595305(205000 + 243,33 \times 125)}{496(1 + 0,0955)}} = 22711,80$$

7. Membandingkan Q dengan Q'

$$|22711,8 - 22183| > 1$$

Dengan cara yang sama, hasil iterasi berikutnya dapat dilihat pada Tabel 2. Perhitungan dihentikan pada iterasi ketiga, setelah $|Q' - Q| < 1$.

- b. Menentukan *lot size* berdasarkan potongan harga

1. Menentukan *lot size* minimal dengan potongan harga

$$Q_{d1} = 40.000 \text{ unit}$$

$$Q_{d2} = 70.000 \text{ unit}$$

2. Membandingkan Q' dengan Q_{d1}

$$Q' = 22714 \text{ dan } Q_{d1} = 40000$$

$Q' < Q_{d1}$, maka menuju langkah ke 3.

3. Membandingkan Q' dengan Q_{d2}

$$Q' = 22.714 \text{ dan } Q_{d2} = 70.000$$

$Q' < Q_{d2}$, maka menuju langkah ke 4.

4. Menghitung biaya total persediaan dan *reorder point* untuk tiap-tiap Q :

$$TC' = 595.305 \times 2.480 + \left(\frac{596.305}{22714}\right) \times 205.000 + \left(\frac{22714}{2} + 3090\right) \times 496 + \left(\frac{595.305}{22714} \times 240,755\right) \times 125$$

$$TC' = \text{Rp. } 1.489.683.636,03$$

Perhitungan TC_{d1} dan TC_{d2}

- Probabilitas *stock-out*:

$$F_{d1} = \frac{40000 \times 496}{595305 \times 125} = 0,2666$$

$$\text{Cycle service level} = 0,7334$$

$$k_{d1} = 0,63$$

- *Safety stock* dan *lead time*:

$$B_{d1} = 0,63 \times 23148,68 \times \sqrt{0,0256} = 2334$$

$$L_{d1} = (0,005208333 + 0,000000510 \times 40000)1 = 0,0256$$

- *Stock-out* (S)

$$E(kd1) = 0,16338$$

$$S_{d1} = 0,16338 \times 23148,68 \times \sqrt{0,0256} = 605,22$$

- Biaya total persediaan

$$TC_{d1} = 595.305 \times 2.475 + \left(\frac{596.305}{40000}\right) \times 205.000 + \left(\frac{40000}{2} + 2334\right) \times 49 + \left(\frac{595.305}{40000} \times 605,22\right) \times 125$$

$$TC_{d1} = 1.488.634.260,84$$

- Dengan prosedur perhitungan yang sama dengan TC_{d1} diperoleh:

$$TC_{d2} = \text{Rp. } 1.491.509.188,99$$

Reorder point

- R' merupakan *reorder point* untuk Q' , dihitung sebagai berikut:

$$\bar{M}' = 0,0167 \times 2067 = 833,03$$

maka:

$$R' = 3090 + 833 = 3923$$

Dengan cara yang sama, diperoleh:

$$R_{d1} = 3604 \text{ dan } R_{d2} = 2404$$

5. Membandingkan TC' , TC_{d1} dan TC_{d2} .

$$TC' = 1.489.683.636,03$$

$$TC_{d1} = 1.488.634.260,84$$

$$TC_{d2} = 1.491.509.188,99$$

Berdasarkan hasil perhitungan di atas, maka *lot size* optimal adalah Q yang mempunyai TC terkecil, yaitu sebesar Q_{d1} , dengan reorder point sebesar 3604.

Tabel 2. Hasil perhitungan Q untuk $\delta = 1$

	Iterasi 1	Iterasi 2	Iterasi 3
Q	22183,00	22711,80	22713,66
F	0,1479	0,1514	0,1514
$I-F$	0,8521	0,8486	0,8486
K	1,04	1,03	1,03
L	0,0165	0,0168	0,0168
B	3094,44	3089,60	3089,69
$E(k)$	0,0818	0,0803	0,0803
S	243,33	240,75	240,76
Δ	0,0955	0,0938	0,0938
Q'	22711,80	22713,66	22713,73
$ Q' - Q $	528,7940	1,8653	0,0688

4.2. Pengaruh faktor antrian

Untuk mempelajari pengaruh faktor antrian terhadap *lot size* dan *lead time*, dilakukan perhitungan terhadap contoh kasus pada berbagai nilai faktor antrian (δ). Hasil perhitungan *lot size* dan *reorder point* untuk $\delta = 5$ dan $\delta = 10$ dapat dilihat pada Tabel 3 dan 4. Sedangkan hasil perhitungan biaya total persediaan dan *reorder point* disajikan pada Tabel 5 dan 6.

Dari hasil perhitungan baik untuk $\delta = 5$ maupun $\delta = 10$, Q_{d1} merupakan *lot size* yang optimal, yaitu sebesar 40.000 unit. Keseluruhan hasil perhitungan *lot size* dan *reorder point* dapat dilihat pada Tabel 7.

Tabel 3. Hasil perhitungan Q untuk $\delta = 5$

	Iterasi 1	Iterasi 2	Iterasi 3
Q	22183,00	23238,00	23246,66
F	0,1479	0,1549	0,1550
$I-F$	0,8521	0,8451	0,8451
K	1,04	1,02	1,02
L	0,0826	0,0853	0,0853
B	6919,38	6895,93	6896,83
$E(k)$	0,0818	0,0787	0,0787
S	544,1030	532,339	532,4079
Δ	0,2136	0,2062	0,2061
Q'	23238,00	23246,70	23247,29
$ Q' - Q $	1054,98	8,68	0,63

Tabel 4. Hasil perhitungan Q untuk $\delta = 10$

	Iterasi 1	Iterasi 2
Q	22183,00	23563,70
F	0,1479	0,1571
$I-F$	0,8521	0,8429
k	1,04	1,01
L	0,1652	0,1723
B	9785,48	9703,61
$E(k)$	0,0818	0,0772
S	769,477	741,894
Δ	0,3021	0,2873
Q'	23563,70	23562,46
$ Q' - Q $	1380,69	-1,23

Tabel 5. Biaya total persediaan

	$\delta = 5$	$\delta = 10$
TC'	1492816494,98	1494457255,61
TC_{d1}	1491456757,43	1493571708,81
TC_{d2}	1493984348,10	1495839032,77

Tabel 6. Reorder point

	$\delta = 5$	$\delta = 10$
R'	11130	18248
R_{d1}	11570	20084
R_{d2}	10985	21478

Tabel 7. Hasil perhitungan *lot size* dan *reorder point*

		Tingkat harga beli (C)		
		C' = 2480	C _{d1} = 2475	C _{d2} = 2470
δ = 1	Q	22714	40000	70000
	TC	1489683 636,03	1488634 260,84	1491509188,99
	B	3090	2334	375
	S	241	605	1709
	L	0,0168	0,0256	0,0409
	R	3923	3604	2404
δ = 5	Q	23247	40000	70000
	TC	1492816 494,98	1491456 757,43	1493984348,10
	B	6897	5218	838
	S	532	1353	3821
	L	0,0853	0,1280	0,2045
	R	11129	11570	10985
δ = 10	Q	23562	40000	70000
	TC	1494457 255,61	1493571 708,81	1495839032,77
	B	9703	7380	1184
	S	742	1914	5404
	L	0,1722	0,2561	0,4091
	R	18248	20084	21478

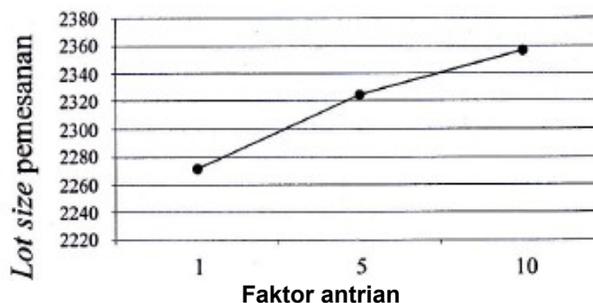
C' : perhitungan tanpa *quantity discount*
 C_{d1} : perhitungan berdasarkan Q_{d1}
 C_{d2} : perhitungan berdasarkan Q_{d2}

Dari Tabel 7 dapat dilihat bahwa pada faktor antrian (δ)=1, biaya total persediaan akan minimal apabila *lot size* pemesanan sebesar 40.000 unit, yaitu sebesar Rp.1.488.63 4.260,84. *Lot size* pemesanan ini merupakan *lot size* dengan potongan harga sebesar Rp. 5,-. Namun demikian, potongan harga yang lebih besar belum tentu menimbulkan biaya total persediaan yang lebih kecil. Kejadian ini dapat dilihat pada contoh kasus dengan potongan harga sebesar Rp.10 yang mempunyai biaya total persediaan yang lebih besar, yaitu sebesar Rp.1.491.509.188,99. Hal ini karena potongan harga diikuti dengan naiknya *lot size* pemesanan yang mengakibatkan kenaikan biaya penyimpanan.

Dalam contoh tersebut kenaikan biaya penyimpanan lebih besar dibandingkan dengan penurunan biaya *stock-out*. Dari sini jelas bahwa harga per unit bukan satu-satunya faktor yang mempengaruhi *lot size* pemesanan. Dengan kata lain, untuk menentukan *lot size* pemesanan perlu diperhatikan keseimbangan antara biaya penyimpanan dan biaya *stock-out*. Disamping itu, dapat

dilihat bahwa apabila faktor antrian naik maka *lead time* akan menjadi lebih panjang dan *lot size* pemesanan akan menjadi lebih besar. Hubungan ini ditunjukkan pada Gambar 3.

Hasil perhitungan juga menunjukkan bahwa panjang *lead time* berpengaruh terhadap ketidakpastian permintaan selama *lead time*. Naiknya *lead time* menyebabkan *safety stock* menjadi lebih besar. Sebagai akibatnya, *lot size* pemesanan meningkat. Selanjutnya, dengan bertambahnya *safety stock*, *reorder point* akan menjadi lebih besar.



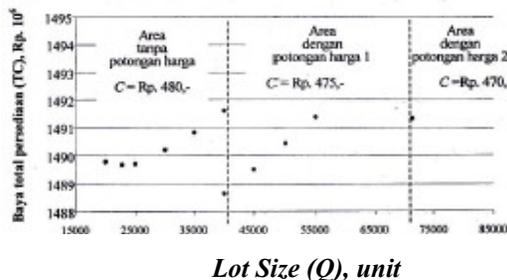
Gambar 3. Hubungan antar faktor antrian dan *lot size* pemesanan

4.3. Validasi model

Robustness dari algoritma yang diusulkan diuji dengan cara melihat pengaruh berbagai nilai parameter terhadap variabel keputusan, yaitu dengan menghitung nilai *lot size* pada berbagai nilai harga bahan baku per unit. Dari contoh kasus yang dibahas, diperoleh dua pernyataan. Pertama, pesanan optimal dilakukan pada 40.000 unit. Pesanan di luar jumlah ini akan mengakibatkan biaya total persediaan menjadi lebih mahal. Kedua, model ini juga menyatakan bahwa apabila *safety stock* (B) turun *stock-out* (S) akan naik dan sebaliknya apabila *safety stock* naik *stock-out* akan turun. Pernyataan ini didukung oleh hasil analisa pengaruh harga bahan baku per unit (C) terhadap biaya total persediaan dan *lot size*, yang selanjutnya terhadap *safety stock* dan *stock-out*. Hasil analisa ditunjukkan pada Tabel 8 dan 9.

Tabel 8. Pengaruh harga bahan baku terhadap *lot size* ($C = \text{Rp. } 475,-$ dan $C = \text{Rp. } 470,-$), TC juga akan menjadi yang lebih mahal.

	Q	TC
$C = \text{Rp. } 480,- /\text{unit}$	20000	1489793326,74
	22714	1489683636,03
	25000	1489699470,23
	30000	1490217091,04
	35000	1490828906,08
	40000	1491610785,84
$C = \text{Rp. } 475,- /\text{unit}$	40000	1488634260,84
	45000	1489504964,41
	50000	1490436426,71
	55000	1491453170,29
	60000	1492329361,32
	65000	1493397190,09
$C = \text{Rp. } 470,- /\text{unit}$	70000	1491509188,99
	75000	1492540429,25



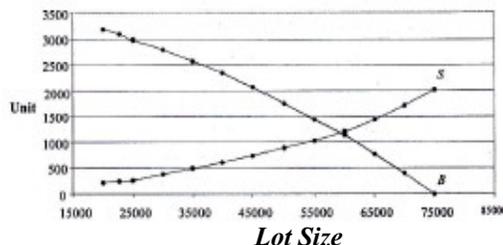
Gambar 4. Hubungan antara *lot size* dan biaya total persediaan

Tabel 9. Pengaruh *lot size* terhadap *safety stock* dan *stock-out*

Q	B	S
20000	3189,50	213,15
22714	3089,69	240,76
25000	2978,01	263,55
30000	2784,63	385,70
35000	2566,02	485,86
40000	2333,75	605,22
45000	2058,75	745,03
50000	1744,30	890,67
55000	1435,33	1023,53
60000	1138,91	1205,47
65000	770,73	1430,39
70000	397,92	1708,93
75000	0,00	2011,93

Berdasarkan hasil perhitungan yang disajikan pada Tabel 9, hubungan antara *safety stock* (B) dan *stock-out* (S) disajikan pada Gambar 5. Dari Gambar tersebut terlihat bahwa apabila *safety stock* (B) turun, maka nilai *stock-out* (S) akan naik. Hal ini menunjukkan bahwa besarnya *cycle-service level* yang ditunjukkan dengan adanya *safety stock* akan mengurangi terjadinya *stock-out*.

Berdasarkan hasil pengujian tersebut di atas, dapat dikatakan bahwa algoritma yang diusulkan bersifat *robust* terhadap berbagai *setting* persoalan.



Gambar 4. Hubungan antara *lot size* dan biaya total persediaan

5. Kesimpulan

Dalam paper ini telah dibahas adanya hubungan antara *lot size* dan *safety stock* yang memiliki dampak berlawanan pada sistem inventori (Q,R). Dari aspek frekuensi pemesanan, apabila *lot size* naik, maka frekuensi pemesanan menjadi lebih optimal dilakukan dengan 40.000 unit. Untuk *lot size* kecil, sehingga probabilitas *stock-out* dan *safety stock* pemesanan (Q) yang lebih kecil dari 40.000 *stock* akan berkurang. Kenaikan *lot size* ($C = \text{Rp. } 480,-$) akan mengakibatkan biaya total menyebabkan kenaikan ongkos penyimpanan persediaan (TC) yang lebih mahal. Begitu juga (*holding cost*). Sedangkan dari aspek *lead time*, untuk *lot size* pesanan yang lebih besar dari 40.000 apabila *lot size* naik maka *lead time* akan menjadi

lebih panjang, probabilitas *stock-out* menjadi lebih besar, dan untuk mengendalikannya *safety stock* harus dinaikkan. Hal ini berakibat pada kenaikan biaya *stock-out* atau *shortage cost*. Dalam hal ini, penentuan *lot size* optimal dapat dilakukan dengan metode iterasi dengan menyeimbangkan kedua ongkos tersebut.

Paper ini mengusulkan algoritma penentuan *lot size* pada sistem persediaan (Q,R) , yang dikembangkan dari model yang telah ada dengan mempertimbangkan adanya situasi *quantity discount*. Dari analisa yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa potongan harga yang lebih besar belum tentu menimbulkan biaya total persediaan yang lebih kecil. Hal ini karena potongan harga diikuti dengan naiknya *lot size* pemesanan yang bisa saja mengakibatkan kenaikan biaya penyimpanan yang lebih besar dibandingkan dengan penurunan *shortage cost*. Dari sini jelas bahwa harga per unit bukan satu-satunya faktor yang mempengaruhi *lot size* pemesanan.

Dari sisi faktor antrian, ditunjukkan bahwa apabila faktor antrian naik maka lead time akan menjadi lebih panjang dan *lot size* pemesanan akan menjadi lebih besar. Naiknya *lead time* menyebabkan kenaikan kebutuhan *safety stock* sebagai akibat dari ketidakpastian permintaan selama *lead time*.

Model pengendalian persediaan yang dikembangkan dalam penelitian ini berasumsi bahwa unit yang membutuhkan bahan baku dan unit penyedia bahan baku terletak dalam satu lokasi, sehingga waktu pengiriman bahan baku diabaikan. Pada kenyataannya, banyak pemasok bahan baku (*supplier*) terletak pada lokasi yang berjauhan dari lokasi pemesan bahan baku. Pada kondisi demikian maka waktu pengiriman akan menjadi faktor yang signifikan terhadap perencanaan pengadaan bahan baku, khususnya terhadap ukuran pesan. Isu ini dapat dijadikan fokus pengembangan lebih lanjut terhadap model yang telah dikembangkan dalam penelitian ini.

Daftar Notasi

B = *safety stock*

b = *biaya stock-out* per unit

D = rata-rata permintaan per tahun

h = biaya penyimpanan (dalam prosentase persediaan per tahun)

L = *lead time*

M = permintaan selama *lead time*

$P(M>B)$ = probabilitas terjadinya *stock-out*

p = waktu proses

Q = *lot size*

S = angka kemungkinan terjadinya *stock out* per siklus persediaan

s = biaya *set-up*

Θ = waktu *set-up*

δ = faktor antrian

Daftar Pustaka

- Felter, R.B. dan Delleck, W.C., 1961, *Decisions Models for Inventory Management*, Irwin, Illinois.
- Karmakero U.S., 1987, Lot sizes, lead times and in-process inventories, *Management Science*, 33,409-418.
- Kim, J.S. dan Benton, W.C., 1995, Lot Size Dependent Lead Times in a Q,R Inventory System. *Int. J. Prod. Res.* Vol.33(1), 41-58.
- Prastistho T., 2000, *Penerapan Metode RCCP dan CRP untuk Produksi Kantong Semen di Pabrik Pembuatan Sak Semen PT. Semen Cibinong Tbk*, Tugas Akhir. Jurusan Teknik Industri UPN "Veteran" Yogyakarta.
- Setiyono, A., 2003, *Penentuan Persediaan Kantong Semen Tipe 1,2 Ply, Tipe 2 Ply dan 5 Ply Menggunakan Model Persediaan Probabilistik*, Tugas Akhir. Jurusan Teknik Industri UPN "Veteran" Yogyakarta.
- Tersine, R.J., 1994, *Principle of Inventory and Materials Management*. Prentice-Hall International, New Jersey.
- Vollman T., Berry, W., dan Whybark, C., 1992, *Manufacturing Planning and Control System*, 2nd ed, Irwin, Illinois.