

**EFEKTIVITAS PENGELOLAAN DANA PENSIUN
MENGUNAKAN METODE *GROUP SELF
ANNUITIZATION* (GSA)
(EFFECTIVENESS OF PENSION FUND MANAGEMENT
USING GROUP SELF ANNUITIZATION (GSA) METHOD)**

SUCI RAHMADANI*, DANARDONO,

Abstract. Life expectancy of the world community increase continuously, this can be seen from the life expectancy of each country. Related to the raise of life expectancy, there are several sectors in financial facing problems, one of which is a pension fund company. The impact of this problem is the pension fund company have to pay the benefit longer than it was expected. Therefore, this thesis is intended to find out how to manage pension funds using the textit Group Self Annuitization (GSA) method. The mortality model used in this study is the Lee-Carter model with textit Singular Value Decomposition (SVD). Forecasting is done to get $m_{x,t}, q_x$ for the next few years. Then, total initial funds for pension funds will be calculated, and the value of the benefits that received by individual members of these funds. Benefit payment of the next year is calculated by multiplying the benefit of previous year $\times MEA_t \times IRA_t$. Based on the case study results, the calculation of benefits using GSA is dynamic, while the benefits of defined contribution is fix every periods.

Keywords: GSA, Lee-Carter, Arima, Pension fund.

Abstrak. Harapan hidup masyarakat dunia terus mengalami peningkatan dari tahun ke tahun, hal ini dapat dilihat dari angka harapan hidup setiap negara. Berkaitan dengan peningkatan angka harapan hidup tersebut, terdapat beberapa sektor di dunia keuangan yang menghadapi beberapa masalah, salah satunya adalah perusahaan dana pensiun. Dampak yang dialami perusahaan dana pensiun adalah periode pembayaran manfaat pensiun yang melebihi waktu yang diekspektasikan. Oleh karena itu, pada tesis ini bertujuan untuk mengetahui cara pengelolaan dana pensiun menggunakan metode *Group Self Annuitization* (GSA). Model mortalita yang digunakan pada penelitian ini adalah model Lee-Carter dengan *Singular Value Decomposition* (SVD). Peramalan dilakukan untuk memperoleh $m_{x,t}, q_x$ untuk beberapa tahun ke depan. Selanjutnya akan dihitung total dana awal untuk dana pensiun, lalu akan dihitung nilai manfaat yang diperoleh oleh individu anggota dana pensiun tersebut. Perhitungan manfaat tahun selanjutnya dilakukan dengan mengalikan manfaat tahun sebelumnya dengan MEA_t dan IRA_t . Sehingga diperoleh serangkaian pembayaran manfaat. Berdasarkan hasil studi kasus, diperoleh bahwa perhitungan manfaat dengan metode GSA bersifat dinamis, sedangkan pada metode iuran pasti manfaat yang diperoleh tetap setiap tahunnya.

*Kata-kata kunci:*GSA, Lee-Carter, Arima, Dana pensiun.

1. PENDAHULUAN

Angka harapan hidup masyarakat dunia mengalami peningkatan dari tahun ke tahun. Hal tersebut menunculkan suatu risiko yang harus dihadapi oleh pemerintah dan perusahaan dana pensiun yaitu risiko umur panjang (*longevity risk*). Secara praktis, cara mengatasi masalah tersebut adalah perusahaan asuransi harus menyediakan dana yang lebih besar untuk menjaga keseimbangan keuangan perusahaan jangka panjang. Akan tetapi, penyediaan modal yang lebih besar masih berisiko karena adanya kemungkinan krisis di masa depan. Akibatnya, diperlukan cara lain dalam mengelola risiko tersebut. Pada penelitian ini, akan dibahas cara pengelolaan dan pensiun dengan metode *Group Self Annuityization*. *Group Self Annuityization* (GSA) pertama kali diperkenalkan oleh [3] adalah metode pengumpulan dana pensiun dengan cara peserta membayarkan iuran ke suatu dana kelompok, lalu dana tersebut diinvestasikan dalam aset keuangan. Besar manfaat yang ditawarkan metode GSA tidak ditetapkan secara pasti seperti produk anuitas, akan tetapi sesuai dengan keadaan yang terjadi pada saat tertentu..

2. Metode *GROU SELF ANNUITIZATION* (GSA)

Perhitungan pada metode GSA hampir sama dengan perhitungan pada anuitas seumur hidup, sehingga prosedur penetapan harga meliputi perhitungan tingkat pembayaran anuitas. Diasumsikan pada waktu $t = 0$, dengan l_x adalah anuitas yang berusia x , akan mendapatkan manfaat secara periodik di masa depan. Dimisalkan pembayaran tersebut adalah *level payment* dari B_0 , sehingga total dana awal adalah

$$\begin{aligned} F_0 &= l_x B_0 \sum_{t=0}^{\infty} \left(\frac{l_{x+t}}{l_x} \right) v^t \\ &= l_x B_0 \ddot{a}_x, \end{aligned} \quad (2.1)$$

dengan l_x menyatakan ekspektasi individu yang hidup hingga usia x , $v = \frac{1}{1+R}$ adalah diskon faktor, dan \ddot{a}_x adalah anuitas faktor yang diinterpretasikan sebagai *present value* dari anuitas jiwa *due* yang dibayarkan sebesar 1 pada awal tahun.

ketika tingkat bunga riil berbeda dengan tingkat bunga yang diasumsikan (konstan), misalkan tingkat pendapatan investasi sesungguhnya yaitu, $R_1^*, R_2^*, \dots, R_t^*, \dots$, untuk t tertentu, diperoleh total dana yaitu,

$$\begin{aligned} F_t^* &= (F_{t-1}^* - l_{x+t-1}^* (1 + R_t^*)) \\ &= l_{x+t-1}^* B_{t-1}^* (\ddot{a}_{x+t-1} - 1) (1 + R_t^*), \end{aligned}$$

dengan mensubstitusikan persamaan tersebut diperoleh

$$\begin{aligned} B_t^* &= \frac{F_t^*}{l_{x+t}^* \ddot{a}_{x+t}} \\ &= \frac{l_{x+t-1}^* B_{t-1}^* (\ddot{a}_{x+t-1} - 1) (1 + R_t^*)}{l_{x+t}^* \ddot{a}_{x+t}}. \end{aligned}$$

Oleh karena itu, diperoleh bahwa pembayaran untuk periode t bergantung pada waktu $t - 1$ dan dua faktor penyesuaian, sehingga tingkat pembayaran manfaat dapat ditentukan berdasarkan tingkat pembayaran manfaat sebelumnya yang dikalikan dengan dua faktor penyesuaian yaitu

$$B_t^* = B_{t-1}^* \times MEA_t \times IRA_t, \quad (2.2)$$

dengan MEA_t adalah mortalitas *adjustment factor* dan IRA_t adalah *interest rate adjustment factor* pada periode $t - 1$ menuju t .

3. MODEL LEE-CARTER

Model *Lee-Carter* telah banyak diterapkan di beberapa Negara dalam memprediksi tingkat kematian suatu Negara. Model ini merupakan suatu metode peramalan tingkat kematian yang menggabungkan model demografi dengan model statistik *time series*. Model ini diperkenalkan oleh [4]. Model tersebut dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\ln({}_t m_x) = a_x + b_x k_t - {}_t e_x, \quad (3.1)$$

dengan:

- ${}_t m_x$: Tingkat kematian terpusat pada usia x pada tahun ke- t
- a_x : Pola rata-rata mortalitas untuk usia x
- k_t : Indeks kematian secara umum pada waktu t
- b_x : Kecenderungan perubahan tingkat kematian pada x akibat perubahan parameter k_t .

3.1. Estimasi Parameter b_x dan k_t . Parameter b_x dan k_t diestimasi dengan menggunakan *Singular Value Decomposition* (SVD), adapun langkah-langkahnya yaitu :

- (1) Dibentuk matrik Z untuk menaksir parameter b_x dan k_t , yaitu:

$${}_t Z_x = \ln({}_t m_x) - \hat{a}_x = b_x k_t,$$

- (2) Dengan menggunakan SVD matrik Z dapat diuraikan menjadi

$$U \Sigma V' = SVD({}_t Z_x) = \Sigma_1 U_{x,1} V_{x,1} + \dots + \Sigma_r U_{x,r} V_{x,r} = \sum_{i=1}^r \Sigma_i U_{x,i} V_{x,i},$$

dimana U menjelaskan bagian usia (x), V menjelaskan bagian waktu (t), dan Σ adalah nilai tunggal dengan $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$ dan $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r$ dimana r adalah rank dari matrik ${}_t Z_x$. Sehingga persamaan menjadi:

$$U \Sigma V' = SVD({}_t Z_x) = \sigma_1 U_{x,1} V_{x,1} + \dots + \sigma_r U_{x,r} V_{x,r} = \sum_{i=1}^r \sigma_i U_{x,i} V_{x,i}.$$

- (3) Model Lee-Carter hanya menggunakan rank $r = 1$ untuk menaksir parameter b_x dan k_t

$${}_t \hat{Z}_x = \sigma_1 U_{x,1} V_{x,1} = \hat{b}_x \hat{k}_t.$$

Sehingga, diperoleh estimasi b_x yaitu kolom pertama dari matrik U

$$\hat{b}_x = (u_{1,1}, u_{2,1}, \dots, u_{t,1}),$$

dan estimasi k_t diperoleh dari nilai singular pertama dan kolom pertama dari matrik V .

$$\hat{k}_t = \sigma_1(v_{1,1}, v_{2,1}, \dots, v_{t,1}).$$

Berdasarkan batasan parameter Lee-Carter maka estimasi b dan k menjadi :

$$\hat{b}_x = \frac{1}{\sum_x u_{x,1}} (u_{1,1}, u_{2,1}, \dots, u_{t,1}), \quad (3.2)$$

dan

$$\hat{k}_t = \sum_x u_{x,1} \cdot \sigma_1(v_{1,1}, v_{2,1}, \dots, v_{t,1}). \quad (3.3)$$

untuk selanjutnya parameter \hat{k}_t diramalkan dengan menggunakan ARIMA.

4. STUDI KASUS

4.1. **Data.** Data yang digunakan adalah data mortalita negara Taiwan. Taiwan adalah negara demokratis dengan sistem pemerintahan semi presidensial. Ideologi Taiwan yakni Sun Min Chu I mempunyai kesamaan dengan ideologi Pancasila seperti disampaikan oleh Dekan Fakultas Ilmu Sosial Universitas National Sun Yat Sen, Wen Cheng Lin. Taiwan punya Sun Min Chu I dengan tiga dasar kehidupan dan Indonesia punya Pancasila dengan lima dasarnya. Tiga prinsip dasar tersebut adalah keadilan sosial, kebangsaan, dan demokrasi. Prinsip dasar tersebut sebagai dasar negara dalam kehidupan yang demokratis. Ia menegaskan bahwa rakyat yang dilindungi oleh pemerintah harus hidup dalam kemakmuran dan ketenteraman. Adapun data kematian yang digunakan pada studi kasus ini adalah data negara Taiwan sejak tahun 1970 sampai tahun 2014 untuk usia 60-100 tahun yang diperoleh dari *website* Human Mortality Database. Komponen yang diperhatikan dalam data ini adalah usia x , tahun pengamatan t , data kematian terpusat ${}_t m_x$, dan ekspektasi banyaknya individu yang hidup $E_{x,t}^c$.

TABEL 1. Data kematian terpusat negara Taiwan

usia(x)	1970	1971	...	2014
60	0.01897	0.01846	...	0.0078
61	0.02195	0.02025	...	0.00798
62	0.02472	0.02301	...	0.00889
...
99	0.40442	0.41429	...	0.33116
100	0.42679	0.43779	...	0.35777

TABEL 2. Data kohor negara Taiwan

usia(x)	1970	1971	...	2014
60	78203	78716	...	89620
61	76621	77208	...	88916
62	74854	75557	...	88169
...
99	283	283	...	2765
100	186	184	...	1957

4.2. **Hasil Estimasi Parameter Model Lee-Carter.** Terdapat tiga parameter yang akan diestimasi, yaitu a_x , b_x dan k_t . Estimasi parameter a_x diperoleh dengan mencari rata-rata dari logaritma *central rate of death* berdasarkan usia, yaitu:

$$\hat{a}_x = \frac{1}{T} \sum_{t=t_1}^{t_T} \ln({}_t m_x) = \frac{1}{100} \sum_{t=1}^{100} \ln({}_t m_x).$$

untuk masing-masing parameter akan diperoleh 10.000 nilai berdasarkan data masing-masing simulasi.

TABEL 3. Hasil Estimasi Parameter a_x

usia	ax
60	-4.14311
61	-4.07336
62	-3.97205
⋮	⋮
100	-0.87397

Selanjutnya, nilai $\ln(m_x)$ dan a_x akan digunakan untuk mengestimasi parameter b_x dan k_t . Pertama-tama dilakukan dekomposisi nilai singular dengan menggunakan bahasa pemrograman R sehingga diperoleh matriks U dan V , selanjutnya estimasi parameter dilakukan dengan menggunakan persamaan 3.2 dan 3.3. Berikut adalah hasil estimasi parameter b_x dan k_t

TABEL 4. Hasil Estimasi Parameter b_x

usia	bx
60	0.021482568
61	0.023265828
62	0.02572756
⋮	⋮
100	0.009448432

TABEL 5. Hasil Estimasi Parameter k_t

tahun	k_t
1970	13.80596832
1971	12.66849337
1972	10.80773734
⋮	⋮
2007	-11.79266654

Pada penelitian ini, data historis adalah data kematian negara Taiwan 1970-2007. Berdasarkan hasil estimasi parameter, dapat dilakukan peramalan *central rate of death* untuk 20 tahun mendatang. Perhitungan dapat dilakukan dengan menggunakan persamaan:

$$\ln({}_t m_x) = a_x + b_x \times k_t.$$

Hasil peramalan *central rate of death* untuk 20 tahun ke depan dapat dilihat pada Tabel berikut

TABEL 6. Hasil Peramalan ${}_t m_x$ Negara Taiwan

	2008	2009	2010	...	2026	2027
60	0.012139	0.01196	0.011784	...	0.00929	0.009153
61	0.01273	0.012526	0.012326	...	0.009528	0.009375
62	0.013661	0.01342	0.013183	...	0.009916	0.009741
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
99	0.316848	0.313304	0.309799	...	0.258768	0.255874
100	0.370862	0.368446	0.366045	...	0.329694	0.327546

TABEL 7. Hasil Peramalan ${}_t p_x$ negara Taiwan

	2008	2009	2010	...	2026	2027
60	0.987934	0.988111	0.988285	...	0.990753	0.990889
61	0.987351	0.987552	0.987749	...	0.990518	0.990668
62	0.986432	0.98667	0.986904	...	0.990133	0.990307
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
99	0.728441	0.731028	0.733594	...	0.772002	0.77424
100	0.690139	0.691809	0.693471	...	0.719144	0.72069

4.3. Perhitungan Manfaat Pensiun dengan GSA. Perhitungan manfaat yang diterima menggunakan asumsi awal sebagai berikut :

- (1) Nilai awal pembayaran iuran adalah sebesar 100.
- (2) Usia peserta yang diteliti adalah 60 – 100 tahun.
- (3) Tingkat mortalita pada saat $t = 0$ diketahui.
- (4) Usia awal penerimaan manfaat adalah saat anggota berusia 60 tahun.
- (5) Tingkat bunga efektif sebesar 5%.

Berdasarkan penjelasan sebelumnya, data hasil peramalan diasumsikan sama untuk negara Indonesia. Nominal pembayaran pada penelitian ini telah distandarisasi sesuai dengan tingkat pembayaran awal yaitu sebesar 100. Untuk selanjutnya, data tingkat bunga yang digunakan adalah data tingkat bunga negara Indonesia dan data pendapatan perkapita Indonesia yang diperoleh dari *website* Badan Pusat Statistik (BPS). Misalkan untuk seorang individu yang berpenghasilan rata-rata sebesar Rp.59.000.000 untuk usia 25 dengan tingkat pengembalian investasi rata-rata selama 35 tahun sebesar 5%. Dana untuk individu tersebut akan terakumulasi menjadi

$$Rp.59.000.000 \times 0,1 \times \ddot{s}_{x:\overline{35}|5\%} = Rp.503,580,873.64$$

yang merupakan akumulasi dari besarnya kontribusi yang dibayarkan seorang pegawai dengan pendapatan sebesar Rp.59.000.000 pertahun dengan besar iuran sebesar 10% dari pendapatan (sesuai dengan minimal kewajiban iuran di Indonesia) kontribusi kali Akumulasi faktor aktuarial selama 35 tahun, dalam tabungan pensiun pada usia 60 tahun dengan kontribusi 10% sesuai dengan peraturan kewajiban iuran di Indonesia.

Berikut adalah tabel manfaat yang diperoleh untuk 1 individu untuk beberapa tahun:

TABEL 8. Tabel manfaat dengan GSA

tahun	real interest rate	asumsi interest rate	manfaat
2007	8%	5%	Rp43,895,880
2008	9.25%	5%	Rp44,605,274
2009	7.15%	5%	Rp45,823,681
2010	6.50%	5%	Rp46,127,525
2011	6.58%	5%	Rp46,102,858
2012	5.77%	5%	Rp46,057,071
2013	6.48%	5%	Rp45,616,063
2014	7.54%	5%	Rp45,423,490
2015	7.52%	5%	Rp45,601,981
2016	6%	5%	Rp45,687,318
2017	4.56%	5%	Rp45,036,947
2018	5.10%	5%	Rp43,718,026
2019	5.85%	5%	Rp42,538,123

5. PENUTUP

Berdasarkan hasil pembahasan yang telah dilakukan pada bab sebelumnya, maka dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut :

- (1) Cara pengelolaan dana pensiun menggunakan metode *Group Self Annuityization* (GSA) adalah dengan menggunakan model berikut :

$$\begin{aligned} B_t^* &= B_{t-1}^* \frac{l_{x+t-1}^*}{l_{x+t}^*} \frac{(\ddot{a}_{x+t-1} - 1)}{(\ddot{a}_{x+t-1} - 1) \frac{(1+R)}{p_{x+t-1}}} (1 + R_t^*) \\ &= B_{t-1}^* \left(\frac{p_{x+t-1}}{p_{x+t-1}^*} \times \frac{1 + R_t^*}{1 + R} \right). \end{aligned} \quad (5.1)$$

Adapun hasil perhitungan pada pengelolaan dana pensiun menggunakan metode GSA menghasilkan besar manfaat yang berubah setiap tahunnya mengikuti *real interest rate* dan *mortality rate* pada tahun tersebut.

- (2) Pengelolaan dana pensiun menggunakan metode GSA jika dibandingkan dengan metode iuran pasti akan lebih efektif jika faktor penyesuaian lebih besar dibandingkan dengan tahun sebelumnya. Akan tetapi harus menerima risiko jika faktor penyesuaian lebih rendah dari tahun sebelumnya.

Referensi

- [1] Aitken, William.H, *A Problem Solving Approach to Pension Funding and Valuation*, Actex Publication, Connecticut, 1994.
- [2] Bowers, Newton L., *Actuarial Mathematics Second Edition*, The Society of Actuaries, United States of America, 1997.
- [3] Piggot, Valdez dan Detzel, *The Simple Analytics of a Pooled Annuity Fund*, The Journal of Risk and Insurance, vol. 72 (3), pp. 497-520, 2005.
- [4] Lee, R.D., Carter, L.R., *Modeling and forecasting US mortality*, Journal of the American Statistical Association ,87, 659–675, 1992.
- [5] Qiao, C., Sherris, M., *Managing Systematic Mortality Risk with Group Self Pooling and Annuityization Schemes*, The Journal of Risk and Insurance, vol. 80, pp. 949-974, 2013.
- [6] Inkle Winklevoss, H. E., *Pension Mathematics with Numerical Illustrations, 2nd edition*. Pension Research Council of the Wharton School of the University of Pennsylvania, United States of America, 19933.

SUCI RAHMADANI* (Penulis Korespondensi)

Departemen Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Gadjah Mada, Indonesia
sucirahmadani.mipa@mail.ugm.ac.id

DANARDONO

Departemen Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Gadjah Mada, Indonesia
danardono@ugm.ac.id