

## Simulasi Elemen Hingga untuk Tali Baja di Bawah Pengaruh Pembengkokan Paksa

A.G. Senjaya\* dan Suyitno

Departemen Teknik Mesin dan Industri, Fakultas Teknik, Universitas Gadjah Mada  
Jl. Grafika 2, Yogyakarta 55281, Indonesia  
E-mail: [ag.senjaya@gmail.com](mailto:ag.senjaya@gmail.com)

### Abstrak

Tali baja secara luas digunakan dalam berbagai aplikasi. Pada kasus tertentu, tali baja dapat digunakan dengan cara dililitkan pada objek sehingga dipaksa bekerja di bawah pengaruh pembengkokan paksa. *Det Norske Veritas* (DNV) yang merupakan sebuah institusi sertifikasi independen, memberikan formulasi untuk menghitung pengurangan kapasitas tali baja berdasarkan rasio diameter pembengkokan dan diameter tali baja,  $D/d$ . Pengurangan kapasitas dalam hal ini adalah rasio terhadap kapasitas normal tali baja dalam kondisi aksial tarik. Penelitian ini dilakukan untuk mengetahui korelasi antara kondisi pembengkokan paksa dengan pengurangan kapasitas tali baja, mengetahui selisih antara hasil simulasi dengan formulasi DNV, serta mengetahui parameter yang berkontribusi terhadap pengurangan kapasitas tali baja. Penelitian dilakukan dengan metode simulasi elemen hingga. Dimulai dengan pemodelan kasus aksial tarik dengan variasi sudut lilitan, dilanjutkan dengan validasi terhadap hasil eksperimen dari literatur. Model dengan *error* minimum selanjutnya digunakan dalam simulasi pembengkokan paksa. Pengurangan kapasitas tali baja yang terjadi dibandingkan dengan hasil formulasi DNV. Hasil penelitian menunjukkan semakin kecil nilai  $D/d$  pengurangan kapasitas yang terjadi semakin besar. Perbandingan dengan formulasi DNV menunjukkan kesesuaian yang baik pada nilai  $D/d$  yang besar tetapi menurun pada nilai  $D/d$  yang semakin kecil dimana selisih yang dihasilkan semakin meningkat. Hasil simulasi juga menunjukkan bahwa kekakuan material sangat mempengaruhi pengurangan kapasitas tali baja di bawah pengaruh pembengkokan paksa.

**Kata kunci** : Tali Baja, Tekuk, Pengurangan Kapasitas.

### Abstract

Steel wire ropes are widely used in various applications. In certain cases, wire ropes can be wrapped around object and forced to work under the influence of bending. *Det Norske Veritas* (DNV) as an independence certification agency, provides formulation for calculating wire rope capacity reduction based on the ratio of bending diameter and rope diameter,  $D/d$ . Capacity reduction is defined as a ratio of capacity under the influence of bending compared to axial tension capacity. This study aims to investigate the correlation between forced bending and capacity reduction of a wire rope, to find out the difference between simulation and DNV formulation results, and to determine its contributing parameters. The study was conducted through the finite element simulation method. Starting with simulation of axial tensile cases with lay angles variations, validated by experimental results from the literature. A model with minimum error is then selected for the forced bending simulation. The capacity reduction that occurs is compared to the DNV formulation results. The results showed that the smaller the  $D/d$  ratio, the greater the capacity reduction. Comparison with the DNV formulation shows good agreement at large  $D/d$  values but decreases at smaller  $D/d$  values where the resulting difference increases. The simulations also show that the stiffness of the material greatly affects the capacity reduction under the influence of forced bending.

**Keywords** : Wire Rope, Bending, Capacity Reduction.

## 1. PENDAHULUAN

Dalam berbagai bidang industri dan konstruksi, tali baja memegang peranan yang sangat penting dalam hal kapasitasnya untuk digunakan dalam operasi angkat berat. Dalam kondisi-kondisi khusus tertentu, penggunaan tali baja dengan mengaplikasikan pembengkokan paksa tidak dapat dihindari.

Berbagai penelitian dan eksperimen telah dilakukan untuk mengetahui karakteristik tali baja di bawah berbagai jenis kondisi pembebanan, akan tetapi penelitian terkait pengurangan kapasitas tali baja dalam korelasinya dengan kondisi pembengkokan paksa masih terbatas. Salah satu penelitian yang mencoba mengangkat permasalahan ini dilakukan oleh de Jong yang membangun sebuah model analitis untuk menghitung pengurangan kapasitas tali baja di bawah pengaruh pembengkokan paksa. Model elemen hingga untuk mengetahui pengaruh pembengkokan pada tali baja pernah dilakukan oleh Erdönmez dan Imrak, serta Kmet dkk akan tetapi masih terbatas pada satu radius pembengkokan tertentu. Untuk keperluan praktis, formulasi pengurangan kapasitas tali baja yang diusulkan DNV pada persamaan (1) masih digunakan secara umum sebagai referensi dalam berbagai aplikasi.

$$Y_b = \frac{1}{1 - \frac{0,5}{\sqrt{D/d}}} \quad (1)$$

dimana  $Y_b$  = faktor pengurangan kapasitas,  $D$  = diameter pembengkokan, dan  $d$  = diameter tali baja.

Penelitian ini dilakukan untuk mengetahui hubungan antara kondisi pembengkokan paksa dengan pengurangan kapasitas tali baja, mengetahui selisih antara hasil simulasi elemen hingga dan formulasi DNV, serta mengetahui parameter yang berkontribusi terhadap pengurangan kapasitas tali baja.

## 2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini diawali dengan studi literatur untuk mengkaji penelitian-penelitian sebelumnya dalam hal metode serta pengembangan yang bisa dilakukan. Tahap selanjutnya dilakukan pengumpulan data, dalam hal ini data yang digunakan berupa data sekunder yang diperoleh dari buku dan jurnal penelitian. Berdasarkan data dan informasi yang diperoleh dari dua tahap awal tersebut, dilakukan pemodelan elemen hingga untuk tali baja yang mencakup dua kondisi yaitu kondisi aksial tarik dan kondisi pembengkokan paksa. Enam model tali baja untuk kasus aksial tarik dengan variasi sudut lilitan akan digunakan sebagai bahan validasi dengan membandingkannya terhadap hasil eksperimen yang dilakukan oleh Utting dan Jones (1987). Model tali baja yang memberikan nilai kesalahan minimum pada simulasi aksial tarik selanjutnya digunakan sebagai dasar pemodelan kondisi pembengkokan paksa. Simulasi pembengkokan paksa menghasilkan faktor pengurangan kapasitas tali baja yang kemudian akan dibandingkan dengan nilai faktor pengurangan kapasitas hasil formulasi DNV.

### 2.1. Pemodelan Geometri Tali Baja

Enam model tali baja dibuat berdasarkan data-data yang diperoleh dari eksperimen yang dilakukan oleh Utting dan Jones, serta penelitian yang dilakukan oleh Jiang dan penelitian oleh de Jong. Properti material kawat penyusun tali baja dan parameter yang akan digunakan dalam pemodelan disajikan dalam Tabel 1 di bawah ini.

Tabel 1. Properti Material Kawat Penyusun Tali Baja

Jenis material	<i>Galvanized steel (drawn zinc coated, class Z wire)</i>
Modulus Elastisitas	188 GPa
Rasio Poisson	0,3
Tegangan Leleh	1540 MPa
Kekuatan Tarik	1770 MPa – 2000 MPa
Koefisien Friksi	0,115

Komposisi kimia kawat penyusun tali baja disajikan dalam Tabel 2.

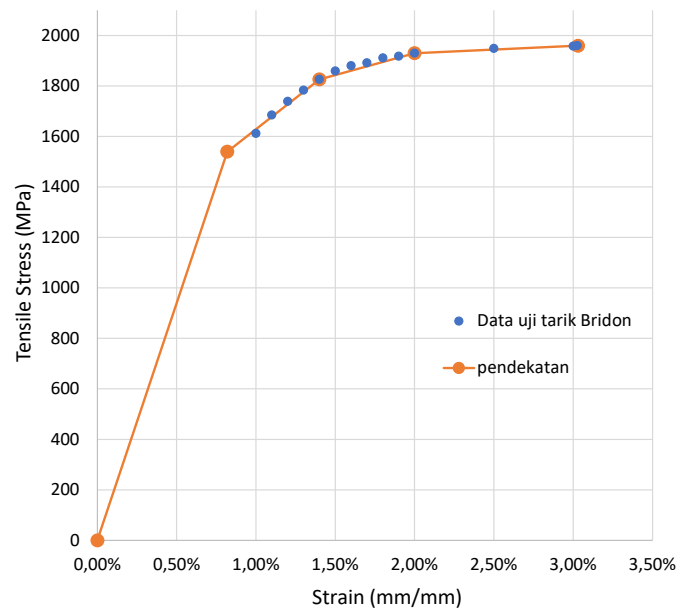
Tabel 2. Komposisi Kimia Kawat Penyusun Tali Baja

Kandungan	%
Karbon	0,7 – 0,95
Mangan	0,5 – 0,8
Silikon	0,35

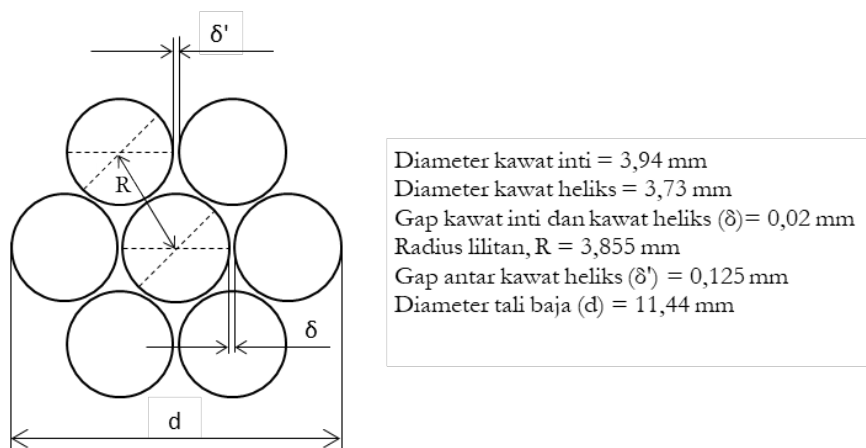
Kurva tegangan-regangan plastis diperoleh dari de Jong yang dalam penelitiannya menyajikan data uji tarik material yang dilakukan oleh perusahaan pamanufaktur tali baja Bridon Group dengan benda uji baja galvanis *extra improved plow steel* (EIPS) ukuran 2,8 mm dengan kekuatan tarik maksimum sebesar 1960 MPa seperti ditunjukkan pada Gambar 1. Selain data properti material, data geometri tali baja juga sangat penting. Data ini diperoleh dari penelitian yang dilakukan oleh Utting dan Jones yang melakukan eksperimen uji tarik terhadap 6 buah tali baja sebagai benda uji. Detail data geometri yang akan digunakan dalam simulasi disajikan pada Tabel 3 dan Gambar 2.

Tabel 3. Data Geometri Tali Baja

No. Tali Baja	Diameter kawat inti (mm)	Diameter kawat heliks (mm)	Radius heliks, R (mm)	Sudut heliks, $\alpha$ (°)	Panjang lilitan, P (mm)	1/3 Panjang lilitan (mm)
TB I	3,94	3,73	3,855	72,97	79,08	26,36
TB II	3,94	3,73	3,855	76,01	97,22	32,41
TB III	3,94	3,73	3,855	77,08	105,59	35,20
TB IV	3,94	3,73	3,855	77,80	112,03	37,34
TB V	3,94	3,73	3,855	78,97	124,26	41,42
TB VI	3,94	3,73	3,855	80,77	149,05	49,68

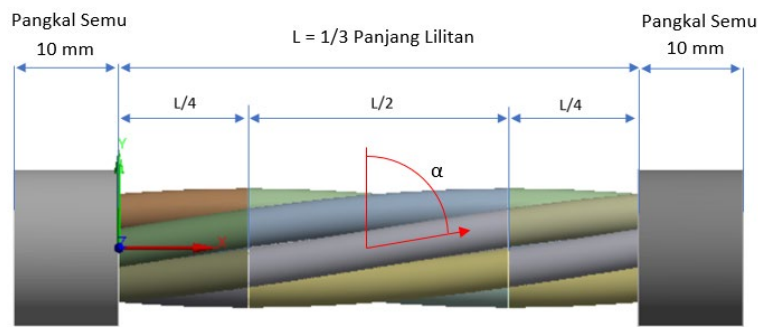


Gambar 1. Pendekatan kurva tegangan-regangan



Gambar 2. Penampang tali baja

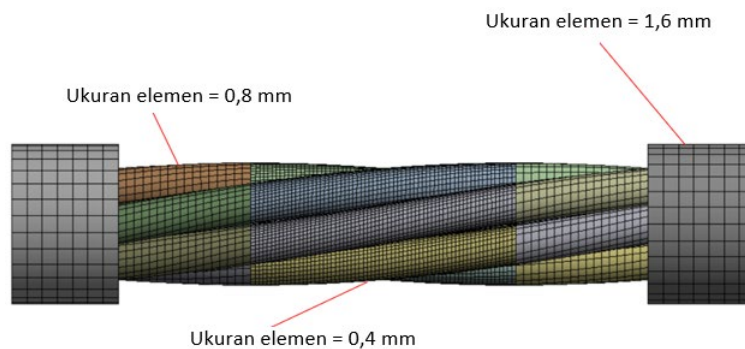
Masing-masing model tali baja akan dibuat sepanjang 1/3 panjang lilitan, seperti ditunjukkan oleh Gambar 3.



Gambar 3. Model geometri tali baja

Pada Gambar 3 di atas diperlihatkan bagian tambahan pada model yang diberi identifikasi sebagai pangkal semu. Komponen ini ditambahkan untuk keperluan aplikasi pembebanan. Properti material pangkal semu ditentukan sedemikian rupa agar regangan yang terjadi pada pangkal semu sangat kecil hingga pengaruhnya pada domain yang diteliti dapat diabaikan. Begitu pula dengan nilai tegangan leleh dan kekuatan tariknya dibuat sangat tinggi sehingga kegagalan tidak akan terjadi pada bagian ini.

Tahap pemodelan berikutnya dilanjutkan dengan diskritisasi model atau *meshing*. Ukuran *mesh* yang dipilih dan sudah divalidasi dengan analisis sensitivitas ditunjukkan pada Gambar 4 berikut.



Gambar 4. Diskritisasi model

Tahap berikutnya dilakukan pendefinisian kontak antara komponen model. Jenis definisi kontak yang diaplikasikan adalah kontak friksional dengan detail seperti ditunjukkan pada Tabel 4 di bawah.

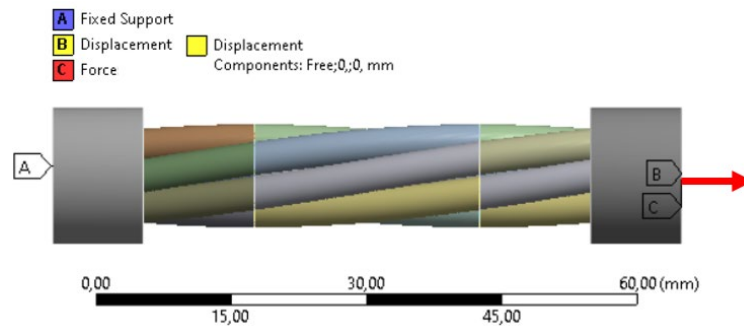
Tabel 4. Definisi Kontak antar Kawat Penyusun Tali Baja

No.	Kontak	Target	Tipe	$\mu$	Sketsa
1	Heliks 1 (H1)	Inti	Friksional	0,115	
2	Heliks 2 (H2)	Inti	Friksional	0,115	
3	Heliks 3 (H3)	Inti	Friksional	0,115	
4	Heliks 4 (H4)	Inti	Friksional	0,115	
5	Heliks 5 (H5)	Inti	Friksional	0,115	
6	Heliks 6 (H6)	Inti	Friksional	0,115	
7	Heliks 1 (H1)	Heliks 2 (H2)	Friksional	0,115	
8	Heliks 3 (H3)	Heliks 2 (H2)	Friksional	0,115	
9	Heliks 3 (H3)	Heliks 4 (H4)	Friksional	0,115	
10	Heliks 5 (H5)	Heliks 4 (H4)	Friksional	0,115	
11	Heliks 5 (H5)	Heliks 6 (H6)	Friksional	0,115	
12	Heliks 1 (H1)	Heliks 6 (H6)	Friksional	0,115	

Kontak antar kawat ditentukan berdasarkan posisinya dalam penampang tali baja. Kawat inti memiliki enam kontak, yaitu terdiri dari satu kontak dengan masing-masing kawat heliks yang mengitarinya. Satu kawat heliks memiliki tiga kontak, yaitu satu kontak dengan kawat inti dan masing-masing satu kontak dengan kawat heliks yang bersebelahan.

### 2.2. Pemodelan Kasus Aksial Tarik

Kondisi batas yang digunakan untuk kasus aksial tarik adalah seperti ditunjukkan pada Gambar 5 berikut ini.



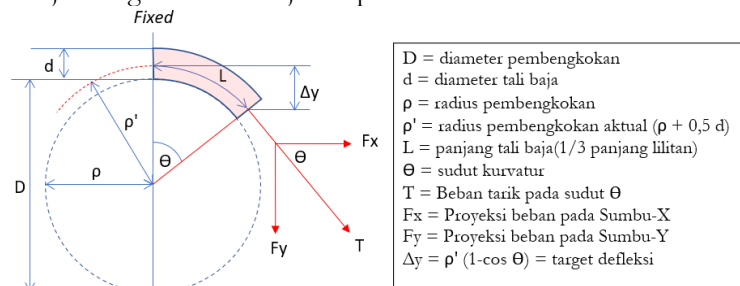
Gambar 5. Kondisi batas untuk kasus aksial tarik.

Selanjutnya simulasi aksial tarik dilakukan dengan cara meningkatkan beban aksial secara bertahap hingga terjadi kegagalan. Kegagalan diasumsikan terjadi ketika tegangan von-mises pada luas penampang salah satu dari 7 kawat penyusun tali baja mencapai nilai tegangan tarik maksimum sebesar 1960 MPa. Hasil simulasi aksial kemudian akan divalidasi dengan hasil percobaan Utting dan Jones (1987). Dari hasil validasi selanjutnya dipilih salah satu model tali baja dengan nilai kesalahan minimum untuk digunakan dalam pemodelan kasus pembengkokan paksa.

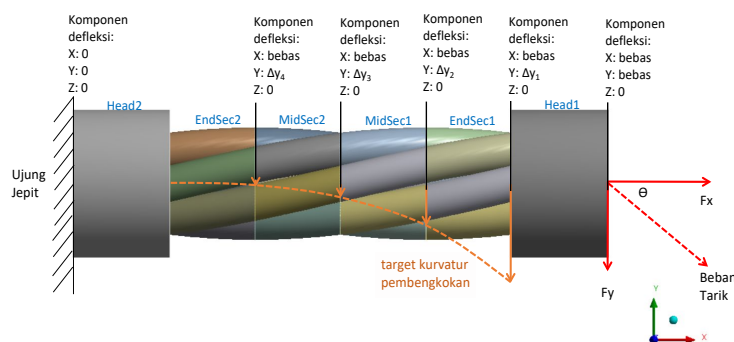
### 2.3. Pemodelan Kasus Pembengkokan Paksa

Simulasi tali baja di bawah pengaruh pembengkokan paksa dilakukan dengan menggunakan model geometri tali baja yang memberikan nilai kesalahan minimum pada kasus aksial tarik. Duplikasi model geometri dan penyesuaian kondisi batas akan dilakukan untuk beberapa variasi radius pembengkokan yaitu 100X, 70X, 45X, 25X, 20X, 15X dan 10X diameter tali baja.

Kondisi batas yang digunakan untuk simulasi pembengkokan paksa terdiri dari beberapa seri defleksi ( $\Delta y$ ) dan aksial tarik pada sudut tertentu sesuai dengan bentuk target kurvatur pembengkokan. Nilai defleksi yang diaplikasikan dihitung dengan dasar asumsi bahwa kurvatur pembengkokan akan mengikuti persamaan sebuah lingkaran dengan radius yang bersesuaian dengan nilai  $D/d$ , dan nilai beban aksial tarik selalu diaplikasikan normal terhadap penampang tali baja sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 6 dan Gambar 7.



Gambar 6. Skema aplikasi kondisi batas untuk kasus pembengkokan paksa



Gambar 7. Aplikasi kondisi batas pembengkokan paksa pada model

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 3.1. Hasil Simulasi Aksial Tarik

Tabel 5 berikut ini menyajikan hasil simulasi aksial tarik pada enam model tali baja dan perbandingannya dengan hasil eksperimen Utting dan Jones (1987).

Tabel 5. Perbandingan Hasil Simulasi dan Eksperimen Kasus Aksial Tarik

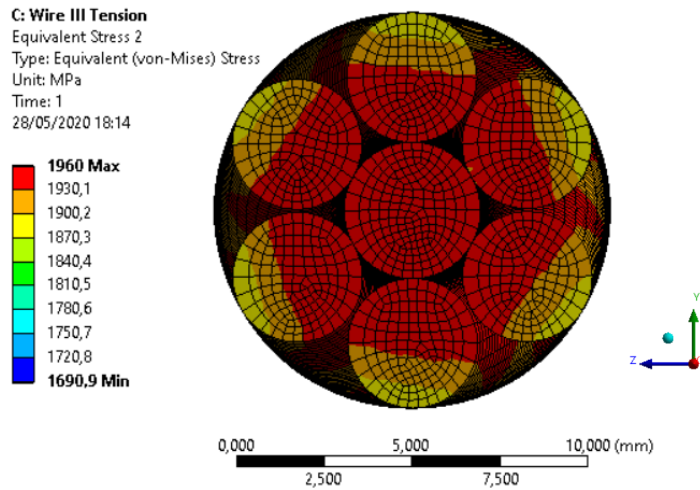
No. Tali Baja	Sudut heliks, $\alpha$ (°)	Beban Tarik (kN)	Beban Putus hasil eksperimen (kN)	% deviasi dari beban putus hasil eksperimen	% deviasi dari rata-rata beban putus hasil eksperimen
TB I	73,0	131,0	137,0	-4,38%	-5,89%
TB II	76,0	136,5	139,6	-2,22%	-1,94%
TB III	77,1	138,4	138,6	-0,14%	-0,57%
TB IV	77,8	142,0	145,4	-2,34%	2,01%
TB V	79,0	141,1	136,7	3,22%	1,36%
TB VI	80,8	143,3	137,9	3,92%	2,95%
rata-rata		138,7	139,2	-0,29%	-0,35%

Dari hasil di atas terlihat bahwa keenam model memberikan hasil yang cukup baik dengan selisih terbesar terhadap hasil eksperimen sebesar 4,38%. Perbandingannya dengan hasil eksperimen dalam bentuk grafik ditunjukkan pada Gambar 8 berikut ini.



Gambar 8. Perbandingan beban putus hasil simulasi vs hasil eksperimen

Dari keenam model di atas model TB III yang memiliki nilai kesalahan paling rendah sebesar 0,14% dipilih untuk digunakan dalam pemodelan pembengkokan paksa. Distribusi tegangan pada penampang TB III yang ditunjukkan pada Gambar 9 memperlihatkan bahwa kegagalan terjadi diawali pada bagian kawat inti dimana tegangan maksimum sebesar 1960 MPa tercapai lebih dahulu.



Gambar 9. Distribusi tegangan pada penampang TB III untuk kasus aksial tarik

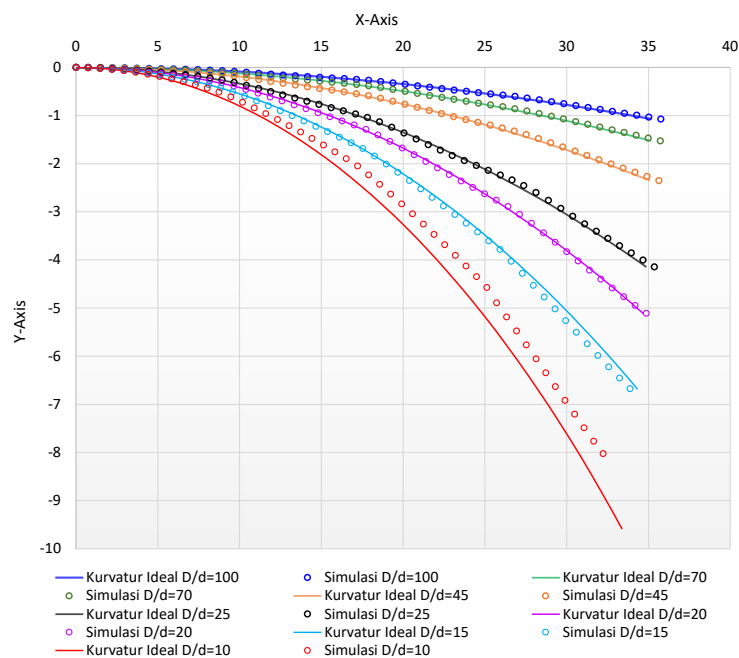
### 3.2. Hasil Simulasi Pembengkokan Paksa

Hasil simulasi diperoleh dengan cara mengaplikasikan kurvatur pembengkokan pada model tali baja seiring dengan penambahan nilai beban aksial tarik secara bertahap hingga terjadi kegagalan pada tali baja. Besarnya beban tarik yang menyebabkan kegagalan pada kondisi pembengkokan paksa selanjutnya dibandingkan dengan beban tarik tereduksi sesuai formulasi DNV.

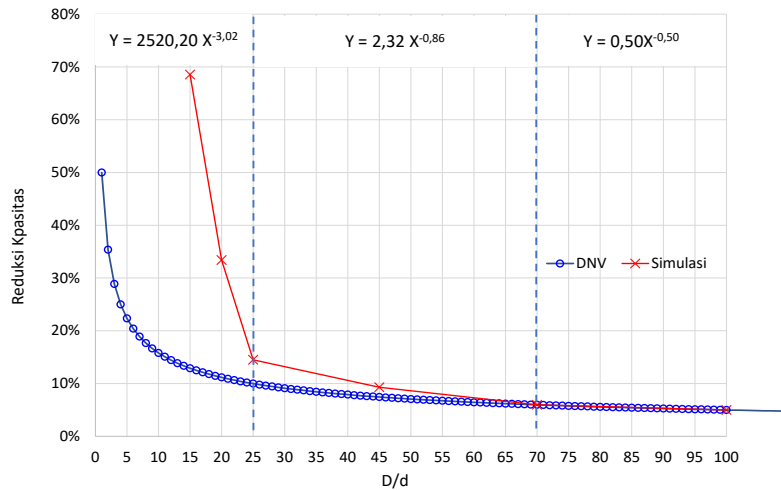
Plot kurvatur pembengkokan untuk masing-masing kasus dan perbandingannya dengan kurvatur ideal yang diturunkan berdasarkan persamaan lingkaran diperlihatkan pada Gambar 10. Plot kurvatur dibentuk berdasarkan deformasi yang terjadi pada kawat inti.

Hasil plot kurvatur pembengkokan memperlihatkan kesesuaian yang cukup baik antara kurvatur hasil simulasi dengan kurvatur ideal kecuali pada kasus  $D/d = 10$ , hal ini disebabkan pada diameter pembengkokan tersebut, deformasi lokal yang terjadi telah melampaui titik regangan maksimum sehingga pada bagian tersebut kriteria kegagalan telah tercapai terlebih dahulu, akibatnya simulasi terhenti dan konvergensi tidak tercapai.

Selanjutnya, hasil simulasi beban tarik yang menyebabkan kegagalan pada kondisi pembengkokan paksa untuk masing-masing variasi  $D/d$  disajikan dalam Gambar 11 dan Tabel 6 di bawah.



Gambar 10. Plot kurvatur pembengkokan hasil simulasi vs kurvatur ideal



Gambar 11. Grafik pengurangan kapasitas dengan formulasi DNV vs hasil simulasi

Tabel 6. Beban Tarik Maksimum di bawah Pengaruh Pembengkokan Paksa

$D/d$	Kapasitas Tarik TB III (kN)	Kapasitas di bawah pengaruh pembengkokan (kN)	% Reduksi Simulasi	% Reduksi (DNV)
10	138,40	non-konvergen	non-konvergen	15,81%
15	138,40	43,55	68,53%	12,91%
20	138,40	92,19	33,36%	11,18%
25	138,40	118,33	14,50%	10,00%
45	138,40	125,52	9,30%	7,45%
70	138,40	130,13	5,98%	5,98%
100	138,40	131,48	5,00%	5,00%

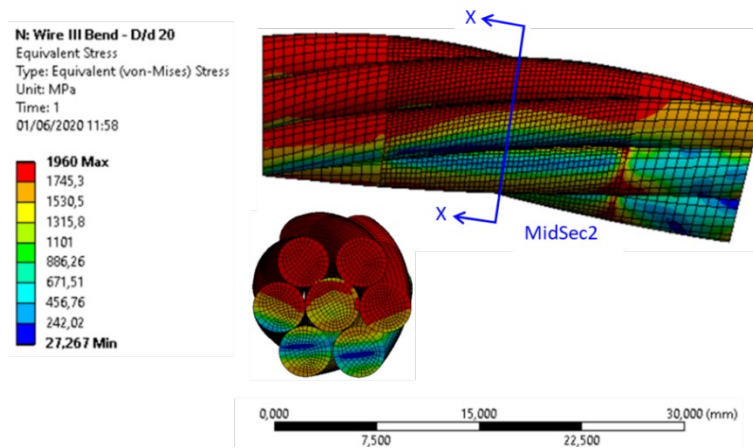
Dari Gambar 11 dan Tabel 6 di atas terlihat bahwa hasil simulasi menunjukkan tingkat kesesuaian yang beragam dibandingkan dengan hasil formulasi DNV pada rentang nilai  $D/d$  tertentu, yang secara matematis masing-masing mengikuti fungsi pangkat yang berbeda. Pada rentang nilai  $D/d \geq 70$ , pengurangan kapasitas dapat didekati dengan persamaan  $Y = 0,50X^{-0,50}$  dimana  $Y$  adalah persentase pengurangan kapasitas, dan  $X$  adalah rasio diameter,  $D/d$ . Pada rentang nilai  $70 > D/d \geq 25$ , fungsi yang mendekati adalah  $Y = 2,32X^{-0,86}$ . Sedangkan pada rentang nilai  $D/d < 25$ , pengurangan kapasitas dapat didekati dengan fungsi  $Y = 2520,20X^{-3,02}$ .

Semakin kecil nilai rasio  $D/d$ , selisih hasil simulasi dan formulasi DNV semakin besar. Hal ini dikarenakan regangan lokal yang terjadi pada saat pembengkokan diaplikasikan tidak diperhitungkan dalam formulasi DNV.

Pada nilai rasio  $D/d = 100$  dan  $D/d = 70$ , hasil simulasi memberikan hasil yang sama dengan formulasi pengurangan kapasitas DNV. Pada nilai rasio  $D/d = 45$  dan  $D/d = 25$  berturut-turut simulasi elemen hingga memberikan hasil yang lebih konservatif dibandingkan hasil formulasi DNV dengan selisih 1,85% dan 4,50%. Pada nilai rasio  $D/d = 20$ , persentase reduksi hasil simulasi sebesar 33,85% sementara formulasi DNV menghasilkan nilai reduksi sebesar 11,18%. Pada  $D/d = 15$ , simulasi elemen hingga menghasilkan persentase reduksi sebesar 68,53% sementara hasil formulasi DNV hanya menghasilkan nilai reduksi sebesar 12,91%. Pada nilai  $D/d = 10$ , simulasi elemen hingga tidak memberikan hasil yang konvergen, hal ini disebabkan oleh radius pembengkokan yang kecil mengakibatkan regangan lokal yang terjadi melebihi 3%, artinya tali baja sudah terlebih dahulu mengalami kegagalan sebelum dibebani. Untuk kondisi yang sama, formulasi DNV memberikan nilai pengurangan kapasitas sebesar 15,81%.

Distribusi tegangan pada penampang tali baja untuk salah satu kasus pembengkokan paksa yaitu pada rasio  $D/d = 20$  ditunjukkan pada Gambar 12 di bawah.





Gambar 12. Plot distribusi tegangan untuk kasus  $D/d = 20$

Dari hasil plot distribusi tegangan pada penampang tali baja, terlihat bahwa kegagalan terjadi pada kawat yang berada pada sisi luar kurvatur pembengkokan hal ini sesuai dengan fakta bahwa kurvatur luar akan mengalami deformasi yang lebih besar dibandingkan bagian sisi dalam penampang tali baja.

#### 4. KESIMPULAN

Dari hasil simulasi elemen hingga untuk tali baja di bawah pengaruh pembengkokan paksa diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Pengurangan kapasitas tali baja di bawah pengaruh pembengkokan paksa sangat bergantung pada rasio diameter pembengkokan terhadap diameter tali baja. Semakin kecil nilai  $D/d$  pengurangan kapasitas yang terjadi semakin besar mengikuti sebuah fungsi pangkat yang berbeda untuk masing-masing rentang nilai  $D/d$ .
2. Perbandingan hasil simulasi dengan formulasi DNV menunjukkan hasil yang sama pada rentang nilai  $D/d \geq 70$ , mengikuti hubungan  $Y = 0,50X^{-0,50}$ . Pada rentang nilai  $70 > D/d \geq 25$ , hubungan antara pengurangan kapasitas dengan rasio diameter  $D/d$  dapat didekati dengan persamaan  $Y = 2,32X^{-0,86}$ . Pada rentang ini selisih antara hasil simulasi dan formulasi DNV dapat mencapai 4,50%. Pada rentang nilai  $D/d < 25$ , pengurangan kapasitas dapat didekati dengan persamaan  $Y = 2520,2X^{-3,02}$ , dimana selisih antara simulasi dengan formulasi DNV menjadi sangat signifikan, hal ini dikarenakan formulasi DNV tidak memperhitungkan deformasi plastis yang terjadi akibat pembengkokan. Dengan demikian, penggunaan formulasi DNV untuk nilai  $D/d < 25$  tidak dianjurkan.
3. Selain rasio diameter pembengkokan dan diameter tali baja, kekakuan material sangat berpengaruh juga terhadap besarnya faktor reduksi. Hal ini mulai terlihat pada simulasi dengan nilai rasio  $D/d < 25$  dimana regangan lokal yang terjadi akibat pembengkokan paksa sudah memasuki daerah plastis bahkan sebelum beban diaplikasikan.

#### 5. DAFTAR PUSTAKA

- de Jong, B. C., 2015, Analytical and experimental analysis of the capacity of steel wire ropes subjected to forced bending, *Thesis*, Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering and Geoscience, Delft University of Technology.
- Erdönmez, C. and Imrak, C. E., 2009, Modeling and Numerical Analysis of The Wire strand, *Journal of Naval Science and Engineering*, Vol. 5, No. 1, pp. 30-38. [3] Leheta, H. (2008), *Cathodic Protection Design Procedure for Steel Offshore Structures*, Alexandria University, Egypt.
- Jiang, W-G., 2011, *A concise finite element model for pure bending analysis of simple wire strand*, *International Journal of Mechanical Sciences*, doi:10.1016/j.ijmecsci.2011.09.008.
- Kmet, S., Stanova, E., Fedorko, G., Fabian, M., and Brodniansky, J., 2013, *Experimental investigation and finite element analysis of a four-layered spiral strand bent over a curved support*, *Journal of Engineering Structures*, Science Direct, Vol. 57, pp. 475-483.
- Utting, W.S., Jones, N., 1987, The response of wire rope strands to axial tensile loads – Part I. Experimental Results and Theoretical Predictions, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 29, No. 9, pp. 605-619.