MENDUGA PERMUKAAN RESPONS DENGAN RANCANGAN PERLAKUAN OKTAGON DALAM RANCANGAN LINGKUNGAN BLOK TIDAK LENGKAP

oleh

Nasrullah*)

SUMMARY

The lack of homogeneous fields is the problem in conducting experiments for exploring response surfaces in mountainous areas. This paper explores response surfaces of 2 x-variables using central composite rotatable design in incomplete blocks. As usual, blocking permits elimination of such problems and increases precision. The steps in the calculation to obtain regression coefficients and the testing of those are emphasized.

RINGKASAN

Dalam melaksanakan percobaan di daerah pegunungan untuk menduga permukaan respons, sering dihadapkan pada persoalan dalam mendapatkan tanah yang seragam dan mencukupi luasnya. Karangan ini mengetengahkan rancangan majemuk pusat berkisar oktagon dengan rancangan lingkungan blok tidak lengkap. Pembagian atas blok, seperti biasanya, diharapkan dapat mengatasi persoalan tersebut di atas dan dapat menaikkan ketepatan. Dalam karangan ini ditunjukkan langkah-langkah dalam menghitung koeffisien regressi dan pengujiannya.

PENGANTAR

Bentuk umum permukaan respons untuk dua perubah bebas adalah sbb.

$$Y_u = b_o + b_1X_{1u} + b_2X_{2u} + b_{11}X_{1u}^2 + b_{22}X_{2u}^2 + b_{12}X_{1u}X_{2u} + e_u \qquad (1)$$

Agar dapat menduga koeffisien-koeffisien regressi dalam persamaan diatas, tiap X_{iu} haruslah dicobakan dalam tiga taraf yang berlainan, yang apabila taraf-taraf ini merupakan suatu deret hitung dapat diubah dalam bentuk sandi -1, 0 dan +1. Hal ini mengingatkan percobaan 3^2 faktorial. Salah satu keburukan percobaan faktorial adalah bahwa biaya

---

*) **Mahasiswa tingkat Sarjana merangkap mahasiswa pembantu Laboratorium Statistik Pertanian, Departemen Agronomi, Fakultas Pertanian, Universitas Gadjah Mada.**

MENDUGA PERMUKAAN RESPONS DENGAN RANCANGAN PERLAKUAN OKTAGON DALAM RANCANGAN LINGKUNGAN BLOK TIDAK LENGKAP

oleh

Nasrullah *)

SUMMARY

The lack of homogeneous fields is the problem in conducting experiments for exploring response surfaces in mountainous areas. This paper explores response surfaces of 2 x-variables using central composite rotatable design in incomplete blocks. As usual, blocking permits elimination of such problems and increases precision. The steps in the calculation to obtain regression coefficients and the testing of those are emphasized.

RINGKASAN

Dalam melaksanakan percobaan di daerah pegunungan untuk menduga permukaan respons, sering dihadapkan pada persoalan dalam mendapatkan tanah yang seragam dan mencukupi luasnya. Karangan ini mengetengahkan rancangan majemuk pusat berkisar oktagon dengan rancangan lingkungan blok tidak lengkap. Pembagian atas blok, seperti biasanya, diharapkan dapat mengatasi persoalan tersebut di atas dan dapat menaikkan ketepatan. Dalam karangan ini ditunjukkan langkah-langkah dalam menghitung koeffisien regressi dan pengujiannya.

PENGANTAR

Bentuk umum permukaan respons untuk dua perubah bebas adalah sbb.

$$Y_u = b_o + b_1X_{1u} + b_2X_{2u} + b_{11}X_{1u}^2 + b_{22}X_{2u}^2 + b_{12}X_{1u}X_{2u} + e_u \qquad (1)$$

Agar dapat menduga koeffisien-koeffisien regressi dalam persamaan diatas, tiap X_{iu} haruslah dicobakan dalam tiga taraf yang berlainan, yang apabila taraf-taraf ini merupakan suatu deret hitung dapat diubah dalam bentuk sandi -1, 0 dan +1. Hal ini mengingatkan percobaan 3^2 faktorial. Salah satu keburukan percobaan faktorial adalah bahwa biaya

*) Mahasiswa tingkat Sarjana merangkap mahasiswa pembantu Laboratorium Statistik Pertanian, Departemen Agronomi, Fakultas Pertanian, Universitas Gadjah Mada.

dan bahan yang diperlukan untuk percobaan meningkat dengan cepat untuk perubah bebas yang lebih dari tiga, meskipun hal ini dapat diatasi dengan menggunakan ulangan tunggal atau sebagian dari satu ulangan lengkap. Disamping itu, percobaan faktorial masih mempunyai keburukan lain yaitu bahwa menurut Box dan Wilson, parameter kwadratis diduga dengan ketepatan yang rendah, yang mana hal ini tidak disenangi untuk maksud-maksud explorasi.

Untuk mengatasi menjadi besarnya percobaan, Box dan Wilson mengembangkan konsep baru tentang pemilihan rancangan yang akan dicobakan. Konsepnya disebut rancangan majemuk pusat yang didapat dari kombinasi perlakukan pada percobaan s^k faktorial, ditambah dengan beberapa kombinasi tambahan sbb. :

(0, 0,.......,0) (-oc, 0,......., 0) (oc, 0,......., 0)
(0,-oc,....... , 0) (0, oc,......., 0)
. .
. .
(0,0,.........,-oc) (0,0,.........,oc)

Kombinasi perlakukan tambahan ini berjumlah 2k + 1. Nilai oc dipilih berdasarkan salah satu dari tiga prinsip tersebut di bawah :

1. nilai oc dipilih sedemikian rupa sehingga koeffisien-koeffisien regressi orthogonal terhadap sesamanya
2. membuat sekecil-kecilnya bias yang terjadi bilamana model permukaan respons sebenarnya bukan kwadratis
3. nilai oc dipilih sedemikian rupa sehingga rancangan bersifat berputar.

Agar dapat dilakukan pengujian terhadap keenam parameter, σ^2 harus dapat diduga juga. Untuk keperluan ini, salah satu dari kombinasi perlakukan, yaitu titik pusatnya, diulang beberapa kali. Jadi ulangan titik pusat mempunyai dua maksud, yaitu :

1. memberi derajad kebebasan untuk menduga kesalahan percobaan
2. menentukan ketetapan $\hat{Y}$ pada dan dekat titik pusat

Bila titik pusat diulang terlalu banyak, kesalahan baku $\hat{Y}$ pada titik pusat jauh lebih rendah dari pada titik lainnya. Sebaliknya, bila titik pusat diulang sekali dua saja, kesalahan baku $\hat{Y}$ di titik pusat lebih besar dari titik lainnya. Sebagai jalan tengah, Box dan Hunter menyarankan bahwa titik pusat diulang sedemikian rupa sehingga kesalahan baku $\hat{Y}$ pada titik pusat sama dengan kesalahan baku di semua titik dengan jari-jari 1.

RANCANGAN OKTAGON dalam RANCANGAN LINGKUNGAN BLOK TIDAK LENGKAP

Meskipun dengan menggunakan konsep dari Box dan Wilson jumlah bahan percobaan yang diperlukan jauh berkurang, untuk percobaan lapangan, seperti percobaan pemupukan di daerah pegunungan, seringkali masih juga sukar dalam mencari tanah percobaan yang seragam dan mencukupi luasnya. Hal ini dapat diatasi dengan membagi atas blok, yang seperti biasanya pembagian atas blok menaikkan ketepatan.

Kombinasi perlakuan dari 2^k faktorial ditambah beberapa titik pusat membentuk satu blok, sedangkan titik-titik tambahan ditambah dengan beberapa titik pusat membentuk blok lain. Untuk dua perubah bebas, jumlah titik pusat yang dicobakan adalah 4, sehingga didapat bagan sbb.:

Blok I		Blok II	
X_1	X_2	X_1	X_2
-1	-1	-oc	0
1	-1	oc	0
-1	1	0	-oc
1	1	0	oc
0	0	0	0
0	0	0	0

Disini nilai oc dipilih dengan prinsip agar koeffisien-koeffisien regressi orthogonal terhadap sesamanya. Sebelumnya kita tuliskan terlebih dulu model matematiknya

$$Y_{ijk} = b_o + b_1N_{ik} + b_2P_{jk} + b_{11}N^2_{ik} + b_{22}P^2_{jk} + b_{12}N_{ik}P_{jk} + B_k + e_{ijk}$$

$$\hat{Y}_{ijk} = b_o + b_1N_{ik} + b_2P_{jk} + b_{11}N^2_{ik} + b_{22}P^2_{jk} + b_{12}N_{ik}P_{jk} + B_k$$

$$\hat{Y}_{ijk} = b_o + b_1N_{ik} + b_2P_{jk} + b_{11}N^2_{ik} + b_{22}P^2_{jk} + b_{12}N_{ik}P_{jk}$$

Maka untuk blok I

$$\hat{Y}_{-1,-1,1} = b_o - b_1 - b_2 + b_{11} + b_{22} + b_{12}$$

$$\hat{Y}_{1,-1,1} = b_o + b_1 - b_2 + b_{11} + b_{22} - b_{12}$$

$$\hat{Y}_{-1,1,1} = b_o - b_1 + b_2 + b_{11} + b_{22} - b_{12}$$

$$\hat{Y}_{1,1,1} = b_o + b_1 + b_2 + b_{11} + b_{22} + b_{12}$$

$$\hat{Y}_{0,0,1} = b_o$$

$$\hat{Y}_{0,0,1} = b_o$$

$$\Sigma\ \hat{Y}_{ij1} = 6b_o + 4b_{11} + 4b_{22}$$

$$\bar{\hat{Y}}_{ij1} = b_o + 2/3\ b_{11} + 2/3\ b_{22}$$

Scanned with CamScanner

Untuk blok II
$$\hat{Y}_{-oc,\ 0,2} = b_o - ocb_1 + oc^2 b_{11}$$
$$\hat{Y}_{oc,\ 0,2} = b_o + ocb_1 + oc^2 b_{11}$$
$$\hat{Y}_{0,-oc,2} = b_o - ocb_2 + oc^2 b_{22}$$
$$\hat{Y}_{0,\ oc,2} = b_o + ocb_2 + oc^2 b_{22}$$
$$\hat{Y}_{0,\ 0,2} = b_o$$
$$\hat{Y}_{0,\ 0,2} = b_o$$

$$\Sigma\, \hat{Y}_{ij2} = 6b_o + 2oc^2 b_{11} + 2oc^2 b_{22}$$
$$\bar{\hat{Y}}_{ij2} = b_o + 1/3\ oc^2 b_{11} + 1/3\ oc^2 b_{22}$$

Agar supaya koeffisien regressi orthogonal satu sama lain maka

$$1/3\ oc^2 = 2/3$$

atau
$$oc = \sqrt{2}$$

Menghitung koeffisien regressi ,

Semua kombinasi perlakuan yang dicobakan memenuhi persamaan

$$Y_{ijk} = b_o + b_1 N_{ik} + b_2 P_{jk} + b_{11} N_{ik}^2 + b_{22} P_{jk}^2 + b_{12} N_{ik} P_{jk} + B_k + e_{ijk}$$

Oleh karena itu maka

$$Y_1 - B_1 = b_o - b_1 - b_2 + b_{11} + b_{22} + b_{12} + e_1$$
$$Y_2 - B_1 = b_o + b_1 - b_2 + b_{11} + b_{22} - b_{12} + e_2$$
$$Y_3 - B_1 = b_o - b_1 + b_2 + b_{11} + b_{22} - b_{12} + e_3$$
$$Y_4 - B_1 = b_o + b_1 + b_2 + b_{11} + b_{22} + b_{12} + e_4$$
$$Y_5 - B_1 = b_o + e_5$$
$$Y_6 - B_1 = b_o + e_6$$
$$Y_7 - B_2 = b_o - \sqrt{2}\, b_1 + 2b_{11} + e_7$$

dilanjutkan disebalik

$$Y_8 - B_2 = b_o + \sqrt{2}\, b_1 + 2b_{11} + e_8$$
$$Y_9 - B_2 = b_o - \sqrt{2}\, b_2 + 2b_{22} + e_9$$
$$Y_{10} - B_2 = b_o + \sqrt{2}\, b_2 + 2b_{22} + e_{10}$$
$$Y_{11} - B_2 = b_o + e_{11}$$
$$Y_{12} - B_2 = b_o + e_{12}$$

atau secara sederhana bisa dituliskan sebagai $\underline{Y} = X\,\underline{b} + \underline{e}$ dimana $y = Y - B$.

Berdasarkan pendugaan menurut cara jumlah kwadrat yang sekecil-kecilnya, koeffisien regressi didapatkan dengan membuat nilai $\sum e_{ijk} = \underline{e}'\underline{e}$ mencapai suatu minimum, yaitu apabila berlaku hubungan $X'X\,\underline{b} = X'\underline{y}$ dan nilai-nilai b didapat dari

$$\underline{b} = (X'X)^{-1}X'\underline{y}$$

Urutan pengolahan matrixnya adalah sebagai berikut

	Y	x_o	x_1	x_2	x_1^2	x_2^2	x_1x_2
Blok I	Y_1	1	-1	-1	1	1	1
	Y_2	1	1	-1	1	1	-1
	Y_3	1	-1	1	1	1	-1
	Y_4	1	1	1	1	1	1
	Y_5	1	0	0	0	0	0
	Y_6	1	0	0	0	0	0
Blok II	Y_7	1	$-\sqrt{2}$	0	2	0	0
	Y_8	1	$\sqrt{2}$	0	2	0	0
	Y_9	1	0	$-\sqrt{2}$	0	2	0
	Y_{10}	1	0	$\sqrt{2}$	0	2	0
	Y_{11}	1	0	0	0	0	0
	Y_{12}	1	0	0	0	0	0

matrix X

$$X' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & -\sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X'X = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & 8 & 8 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 12 & 4 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 4 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Inverse dari X'X dihitung dengan menggunakan adjoin method, sehingga perlu terlebih dulu menghitung determinant dan kofaktor masing-masing elemen. Sebagai hasilnya diperoleh :

$$K_{ij} = \begin{bmatrix} 2^{15} & 0 & 0 & -2^{14} & -2^{14} & 0 \\ 0 & 2^{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2^{14} & 0 & 0 & 0 \\ -2^{14} & 0 & 0 & 5.2^{12} & 2^{12} & 0 \\ -2^{14} & 0 & 0 & 2^{12} & 5.2^{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2^{15} \end{bmatrix}$$

$$(X'X)^{-1} = \left(\frac{K_{ji}}{D}\right)$$

Karena $K_{ij} = K_{ij}$ dan $D = 2^{17}$ maka

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1/4 & 0 & 0 & -1/8 & -1/8 & 0 \\ 0 & 1/8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/8 & 0 & 0 & 0 \\ -1/8 & 0 & 0 & 5/32 & 1/32 & 0 \\ -1/8 & 0 & 0 & 1/32 & 5/32 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -/4 \end{bmatrix}$$

Penggandaan nilai-nilai y dalam bentuk vektor $\underline{y}$ terhadap putaran matrix X diperoleh hasil yang secara sederhana dapat dituliskan sbb. :

$$X'y = \begin{bmatrix} 0y \\ 1y \\ 2y \\ 11y \\ 22y \\ 12y \end{bmatrix}$$

yang ternyata karena $\sum B_k = 0$, persamaan diatas dapat diubah menjadi

$$X'Y = \begin{bmatrix} 0Y \\ 1Y \\ 2Y \\ 11Y \\ 22Y \\ 12Y \end{bmatrix}$$

Akhirnya nilai-nilai b adalah

$$b_o = 1/4\ (0Y) - 1/8 \sum (iiY)$$
$$b_i = 1/8\ (iY)$$
$$b_{ii} = 1/8\ (iiY) + 1/32 \sum (iiY) - 1/8\ (0Y)$$
$$b_{ij} = 1/4\ (ijY)$$

Koeffisien regressi yang didapat diuji dengan menggunakan matrix peragam dari vektor s_b yang besarnya sama dengan

$$s_b^2 = s^2 (X'X)^{-1}$$

yang nantinya didapat hasil sbb :

$$s_{b_o} = s\sqrt{1/4}$$
$$s_{b_i} = s\sqrt{1/8}$$
$$s_{b_{ii}} = s\sqrt{5/32}$$
$$s_{b_{ij}} = s\sqrt{1/4}$$

dimana s adalah jumlah kwadrat kesalahan percobaan yang besarnya merupakan gabungan jumlah kwadrat antara titik-titik pusat pada blok yang sama. Jumlah kwadrat kesalah percobaan ini mempunyai derajat bebas = 2 yang berasal dari masing-masing blok sebanyak 1.

UCAPAN TERIMA KASIH

Pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya atas pemberian saran, bimbingan dan dorongan dari Ir. Soemartono, Ketua Laboratorium Statistik Pertanian, Departemen Agronomi, Fakultas Pertanian UGM. Tidak lupa pula kepada segenap rekan Laboratorium Statistik Pertanian, Departemen Agronomi, Fakultas Pertanian UGM.

DAFTAR PUSTAKA

Anonim (1971). Laporan pengolahan data pengujian pemupukan padi sawah. Bagian Biometrika Institut Pertanian Bogor, 25p.

Cochran, W.G. and G.M. Cox (1962). Experimental Designs. 2nd ed. John Wiley & Sons, Inc., New York. xiv + 611p.

Rambe, A.R. (1971). Menduga Permukaan respons kwadratik dengan rancangan kubus Oktahedron. Bull. Biometrika Bogor, 2. p 6-14.

Nasoetion, A.H. (1972). Pemilihan rancangan perlakukan untuk menduga permukaan respons. Tidak dipublikasikan.