

SUATU KONSEP TENTANG STABILITAS SERTA KEMUNGKINAN PENERAPANNYA DALAM ANALISA SISTEM PERTANIAN

(Stability Concept and The Possibility of Its
Application in Agricultural System Analysis)

Djoko Prajitno *)

Synopsis

This paper briefly describes the concept of stability, in which its mathematical theorems were developed by Liapunov some years ago in the field of electrical engineering.

Using a relatively simple mathematical model, the author tries to explain the possibility of its applications in agricultural system analysis.

Ringkasan

Paper ini berusaha menguraikan secara ringkas dan sederhana tentang konsep stabilitas, yang teori-teori matematikanya banyak dikembangkan oleh Liapunov beberapa tahun yang lalu dalam bidang teknik listrik.

Dengan menggunakan model-model matematika yang sederhana, penulis berusaha menerangkan kemungkinan-kemungkinan penggunaan konsep tersebut di bidang pertanian, dalam rangka usaha untuk menambah perbendaharaan teknik-teknik analisa dalam penelitian pertanian.

Pendahuluan

Kebanyakan persoalan yang timbul dalam penelitian pertanian di negara-negara berkembang, termasuk Indonesia, merupakan persoalan yang rumit dan kompleks. Hal ini dikarenakan luasnya skala sistem pertanian itu sendiri di samping adanya berbagai interaksi yang timbul antara komponen-komponen penyusun sistem tersebut.

Sebagai contoh misalnya, Zandstra (1977) menyatakan bahwa untuk penelitian sistem tanam, yang hanya merupakan bagian dari penelitian sistem pertanian, sampai saat ini masih belum memiliki konsep metodologi yang matang, yang bisa diterima oleh semua ilmuwan. Hal ini dikarenakan luasnya ruang lingkup persoalan yang dihadapi, sehingga dibutuhkan suatu pendekatan interdisipliner.

*) Departemen Agronomi, Fakultas Pertanian Universitas Gadjah Mada.

Penelitian sistem pertanian biasanya dilakukan dalam hubungannya dengan program pembangunan pertanian suatu wilayah tertentu sehubungan dengan usaha peningkatan pendapatan petani setempat, terutama petani kecil. Kebanyakan petani kecil di samping ingin meningkatkan pendapatan usaha taninya, ingin pula mendapatkan rasa aman (*security*) dari produksi pertaniannya (IADS, 1981). Dengan kata lain, mereka ingin mendapatkan jaminan stabilitas dari produksi maupun pendapatan usaha taninya.

Konsep tentang stabilitas itu sendiri, dalam penelitian pertanian masih merupakan konsep yang tidak begitu jelas. Terdapat banyak pendapat terhadap penentuan parameter maupun cara-cara pengukuran stabilitas ini. Satu hal yang sangat menarik dalam konsep stabilitas ini ialah, kondisi stabilitas itu sendiri mudah dilihat, tetapi dinamika sistem pencipta stabilitas ini yang sukar dimengerti maupun diidentifikasi. Akibatnya, dalam hubungannya dengan penentuan cara analisisnya, cukup sukar bagi kita untuk menentukan maupun mengukur parameter-parameter penyusun "sistem stabilitas" tersebut.

Dalam kaitan inilah penulis mencoba mengemukakan suatu konsep tentang teori stabilitas, yang sebenarnya sudah agak lama dikembangkan di bidang teknik listrik; serta mencoba menerapkannya dalam analisa sistem pertanian.

Kerangka Pemikiran

Pada dasarnya hampir semua definisi mengenai stabilitas selalu dihubungkan dengan pengaruh adanya suatu gangguan (*disturbance*) pada suatu sistem (Letov, 1969; Director et.al., 1972). Bila tidak ada gangguan maka suatu sistem akan melakukan operasinya menurut langkah-langkah yang telah ditetapkan. Secara teoritis, maka jalannya operasi melalui langkah-langkah tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan-persamaan diferensial yang merupakan model matematika dari sistem yang bersangkutan.

Stabilitas diuji dengan melakukan gangguan/perubahan pada model yang dibuat, kemudian mengamati apa yang terjadi pada model tersebut sehubungan dengan respons dari model terhadap gangguan tadi. Bila dengan adanya input gangguan model tersebut memberikan output yang berbeda, maka kita katakan model tersebut tidak stabil. Tetapi bila outputnya sama dengan bila tanpa gangguan, atau bila berbeda, perbedaan itu tidak cukup berarti (hal ini dapat ditentukan melalui pengujian statistik), maka dapatlah kita katakan bahwa model tersebut cukup stabil).

Sistem pertanian, umumnya dapat diklasifikasikan sebagai suatu sistem yang bersifat dinamis. "Sistem dinamik" dapat dibedakan dari sistem-

sistem lainnya atas dasar kenyataan bahwa parameter dari komponen-komponen penyusun sistem tersebut akan berubah dengan adanya perubahan kurun waktu. Dengan kata lain variasi dari parameter-parameter tersebut merupakan fungsi dari variasi waktu. Sebagai contoh misalnya parameter dari sistem iklim seperti curah hujan, intensitas penyinaran matahari, suhu dan sebagainya, bervariasi dari waktu ke waktu mengikuti pola tertentu, tergantung dari bentuk modelnya (tropika, subtropika dan lain-lain).

Sistem dinamik ini secara matematis dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan diferensial. Misalkan perubahan cara bercocok tanam x yang dilakukan oleh penduduk di suatu daerah tertentu, dapat kita nyatakan sebagai :

$$dx/dt = x^* = f(x,t) \quad (1)$$

di mana :

dx/dt = besarnya perubahan cara bercocok tanam x dalam kurun waktu t .

$f(x,t)$ = fungsi matematik yang bentuknya tergantung dari model yang menggambarkan hubungan antara x dan t .

Keadaan yang paling sederhana akan dijumpai bila sistem persamaan (1) di atas bersifat linier dan tidak terpengaruh oleh variasi perubahan waktu. Untuk kondisi semacam ini maka bentuk hubungan fungsional (1) di atas berubah menjadi :

$$x^* = ax \quad (2)$$

di mana a merupakan suatu konstante.

Dalam prakteknya sangatlah jarang kita jumpai suatu sistem sesederhana (2) di atas. Kebanyakan sistem dinamika pertanian bersifat non-linear, sehingga fungsi $f(x,t)$ juga non-linier. Parameter-parameternya juga selalu berubah dengan adanya perubahan waktu, sehingga fungsi $f(x,t)$ bervariasi mengikuti variasi waktu. Demikian pula, seperti telah diuraikan di muka, sistem pertanian biasanya bersifat sangat kompleks, tersusun oleh banyak variabel yang berkaitan satu sama lain. Untuk menampung kondisi yang sangat kompleks ini, maka model (1) di muka dapat diperluas ke dalam bentuk matrix :

$$x^* = f(x,t) \quad (3)$$

di mana x dan f merupakan vektor kolom. Untuk bentuk linier, maka model (3) berubah menjadi :

$$x^* = Ax \quad (4)$$

di mana A merupakan matrix bujur sangkar (square matrix).

Bila model persamaan diferensial yang menggambarkan kerja sistem dinamik yang kita pelajari telah kita temukan, langkah selanjutnya ialah mencari penyelesaian dari persamaan tersebut. Sesungguhnya terdapat banyak definisi di dalam konsep stabilitas, tetapi pada hakekatnya semua definisi-definisi tersebut dapat digolongkan ke dalam tiga kategori saja :

1. Konsep stabilitas Liapunov
2. Konsep stabilitas asimtotis
3. Konsep ketidakstabilan.

Dari ketiga kategori di atas, maka konsep stabilitas Liapunov-lah yang paling banyak digunakan dalam praktek (Cunningham, 1963). Hal ini dikarenakan konsep Liapunov lebih sederhana dibanding kedua konsep lainnya, serta sifatnya lebih "tehnis" sehingga mudah diterapkan dalam studi stabilitas. Pada dasarnya konsep ini merupakan generalisasi dari konsep energi mekanika klasik :

"Suatu sistem mekanis dikatakan stabil, bila energi totalnya yaitu $T + V$, berkurang secara kontinu".

Energi total biasanya dinyatakan sebagai suatu fungsi definit positif, karena T dan V adalah besaran positif. Oleh karena fungsi Liapunov $V(x)$ dibentuk dari generalisasi fungsi energi, maka sifatnya juga selalu definit positif. Jadi sembarang fungsi skalar $V(x)$ yang bersifat definit positif, yang turunan partial pertamanya kontinu, dapat dianggap sebagai fungsi Liapunov.

Fungsi Liapunov $V(x)$ ini paling tepat digunakan untuk menguji stabilitas model-model sistem dinamik (1) di muka. Karena turunan partial pertama dari fungsi Liapunov $V(x)$ bersifat kontinu, maka dapat berlaku pendiferensialan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} dV(x)/dt = V^*(x) &= (dV(x)/dx_1)(dx_1/dt) + (dV(x)/dx_2)(dx_2/dt) + \dots \\ &+ (dV(x)/dx_n)(dx_n/dt) \\ &= \sum_{i=1}^n (dV(x)/dx_i) x_i^* = \sum_{i=1}^n (dV(x)/dx_i) f_i(x,t) \quad (5). \end{aligned}$$

Bila $V(x)$ sedemikian rupa sehingga turunan yang diambil menurut persamaan (5) selalu negatif, maka pertambahan waktu t akan memperkecil nilai $V(x)$. Bila $t \rightarrow \infty$, maka $V(x) \rightarrow 0$, demikian pula $x \rightarrow 0$, menunjukkan stabilitas sistem.

Contoh Penerapan Di Bidang Pertanian

Walaupun konsep di atas didasarkan pada teori di bidang mekanika, tetapi dapat saja digunakan dalam penyelesaian salah satu persoalan pertanian yaitu evaluasi stabilitas suatu sistem pertanian, yang hingga saat ini belum memiliki metode yang baku. Untuk jelasnya marilah kita gunakan contoh hipotesis yang sederhana di bawah ini :

Marilah kita kaji kasus pak Lahar, seorang petani kecil dari desa Gunung jebluk yang sebagian sawahnya terkena areal TRI (Tebu Rakyat In-

tensifikasi), sedang sisanya digunakan sebagai areal BIMAS padi. Seperti dapat dilihat dalam tulisan Sumangat et al. (1978), distribusi kebutuhan tenaga untuk tebu dan padi ternyata tidak sinkron. Artinya pada saat-saat di mana tanaman padi membutuhkan tenaga kerja yang cukup besar, seperti saat pengolahan tanah, tanam, dan panen; pada waktu tersebut tanaman tebu juga membutuhkan tenaga kerja yang besar pula. Bagi pak Lahar, yang kondisi ekonominya tidak memungkinkan untuk mengupah tenaga luar (orang, ternak maupun traktor) akan terjadi kompetisi kebutuhan tenaga kerja dari kedua macam usaha tani yang terpaksa dilakukannya. Artinya bila tenaganya dicurahkan untuk mencapai target produksi padi BIMAS, maka TRInya akan terbelak. Sebaliknya bila tenaganya dicurahkan untuk TRI, BIMASnya yang terbelak. Pertanyaan yang timbul, apakah kebijaksanaan sistem tanam TRI dan BIMAS yang dilakukan dalam areal yang sama ini bisa dipertahankan (stabil), mengingat kemungkinan timbulnya berbagai kepentingan yang saling berlawanan satu sama lain ?

Misalkan perubahan kebutuhan tenaga kerja dalam suatu kurun waktu tertentu, dari kedua macam usaha tani di atas dapat dinyatakan dalam persamaan diferensial :

$$\begin{aligned} dx_1/dt = x_1^* &= -2x_1 + x_1x_2 \\ dx_2/dt = x_2^* &= -x_2 + x_1x_2 \end{aligned} \quad (6)$$

di mana :

x_1 = kebutuhan tenaga untuk usaha tani tebu

x_2 = kebutuhan tenaga untuk usaha tani padi,

yang kesemuanya bervariasi dengan adanya variasi waktu t . Demikian pula ada interaksi antara x_1 dan x_2 .

Dari persamaan (6) di atas jelas terlihat bahwa; bila $x_1 = 0$; $x_2 = 0$ maka $x_1^* = 0$ dan $x_2^* = 0$, yang menunjukkan adanya kondisi seimbang di dalam sistem tersebut. Demikian pula bila $x_1 = 1$ dan $x_2 = 2$. Artinya x_i tidak dipengaruhi oleh adanya variasi waktu t . Jadi dapatlah disimpulkan bahwa, bila x_i diberikan sedemikian rupa sehingga $dx_i/dt = 0$ maka x_i akan terletak di wilayah stabil dari sistem persamaan diferensial tersebut.

Persoalan yang lebih penting, sebenarnya adalah menentukan besarnya nilai x_i yang merupakan nilai batas dari suatu sistem terletak di wilayah stabil atau di wilayah tidak stabil. Untuk kepentingan ini dapatlah kita gunakan fungsi Liapunov $V(x)$ yang bersifat definit positif. Dalam hal ini maka fungsi Liapunov $V(x)$ yang paling mudah adalah jumlah kuadrat dari x_i di atas :

$$V(x) = x_1^2 + x_2^2 \quad (7)$$

sehingga turunan pertamanya :

$$dV(x)/dt = V^*(x) = 2x_1x_1^* + 2x_2x_2^* \quad (8)$$

Agar didapatkan kondisi stabil maka $V^*(x)$ harus selalu negatif; dan ini dapat dilakukan melalui manipulasi aljabar dari $V^*(x) = 0$, yaitu dengan memasukkan persamaan (6) ke dalam persamaan (8), kemudian menyamakannya dengan nol, sehingga kita dapatkan :

$$V^*(x) = x_1^2(x_2 - 2) + x_2^2(x_1 - 1) = 0 \quad (9)$$

yang grafiknya berupa kurva di kuadran I dalam gambar 1. Jadi wilayah di sebelah kiri dan bawah dari kurva $V^*(x) = 0$ adalah wilayah di mana $V^*(x) < 0$, sedang wilayah di sebelah atas dan kanannya merupakan wilayah di mana $V^*(x) > 0$.

La Salle (cit. Cunningham, 1963) mengatakan bahwa bila di dalam susunan salib sumbu (x_1, x_2) terdapat suatu wilayah di mana $V(x) > 0$ dan $V^*(x) < 0$, kecuali titik pusat (di mana $V(x) = 0$ dan $V^*(x) = 0$), serta di dalam wilayah tersebut $V(x)$ selalu lebih kecil dari suatu nilai maksimum tertentu, maka wilayah tersebut akan bersifat asimtotis stabil ke arah titik pusat. Dalam kaitannya dengan metode Liapunov, maka ini dapat diartikan sebagai suatu wilayah "pasti stabil" tetapi stabilitas tidak harus terletak di dalam wilayah tersebut. Artinya di luar wilayah itu bisa saja didapatkan suatu daerah stabil walaupun dengan kemungkinan yang sangat kecil. Sedang semua daerah tidak stabil pasti terletak di luar wilayah tersebut. Dalam gambar 1, wilayah ini ditunjukkan oleh daerah di dalam lingkaran dengan titik pusat $(0,0)$ yang merupakan grafik dari persamaan (7) bila $V(x)$ konstan, dengan jari-jari yang dipilih sedemikian rupa sehingga lingkaran tersebut merupakan tangen dari kurva $V^*(x) = 0$.

Persamaan (6) dapat juga dituliskan sebagai :

$$\dot{x}_1 / x_1 = -2 + x_2$$

$$\dot{x}_2 / x_2 = -1 + x_1$$

di mana terlihat bahwa :

$$\dot{x}_1 / x_1 < 0 \text{ bila } x_2 < 2, \text{ dan}$$

$$\dot{x}_2 / x_2 < 0 \text{ bila } x_1 < 1.$$

Jadi di dalam wilayah di mana $x_1 < 1$ dan $x_2 < 2$, nilai x_1 dan x_2 akan bergerak mendekati nol dengan bertambahnya waktu t . Dalam gambar 1, daerah stabil ini terletak di sebelah kiri garis $x_1 = 1$ dan di sebelah bawah garis $x_2 = 2$.

Dengan mengkombinasikan ketiga batas wilayah di atas, kita ketahui dengan jelas daerah nilai x_i di mana sistem (6) pasti stabil dan daerah di mana sistem tersebut kemungkinan besar tidak stabil, seperti terlihat dalam gambar 2.

Kesimpulan

Melalui tulisan ini, ingin ditunjukkan bahwa evaluasi stabilitas suatu sistem pertanian dapat dilakukan dengan cara yang cukup sederhana, dengan menggunakan teori stabilitas Liapunov yang telah lama digunakan di bidang teknik listrik. Dengan sendirinya cara ini masih dapat dikembangkan lebih jauh lagi untuk menangani model-model sistem pertanian yang lebih kompleks.

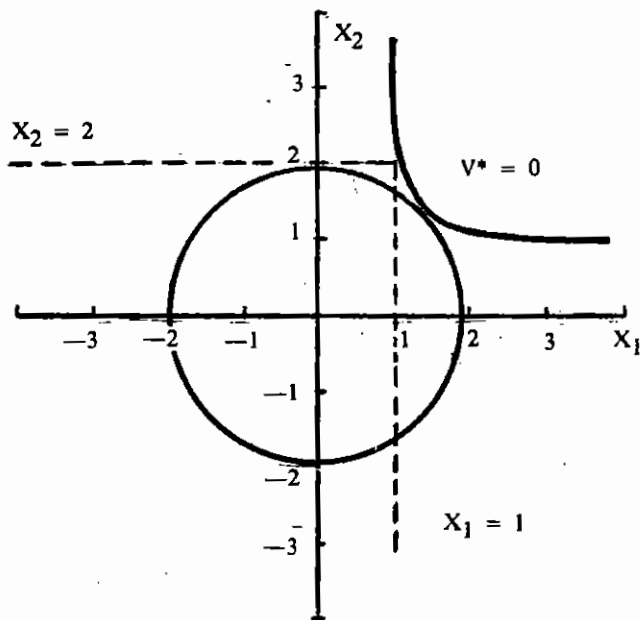
Akhirnya harapan penulis, semoga tulisan ini dapat menggugah peneliti lain untuk lebih mengembangkannya, serta membuka era baru dalam penelitian pertanian, terutama penelitian-penelitian jangka panjang.

Ucapan Terima Kasih

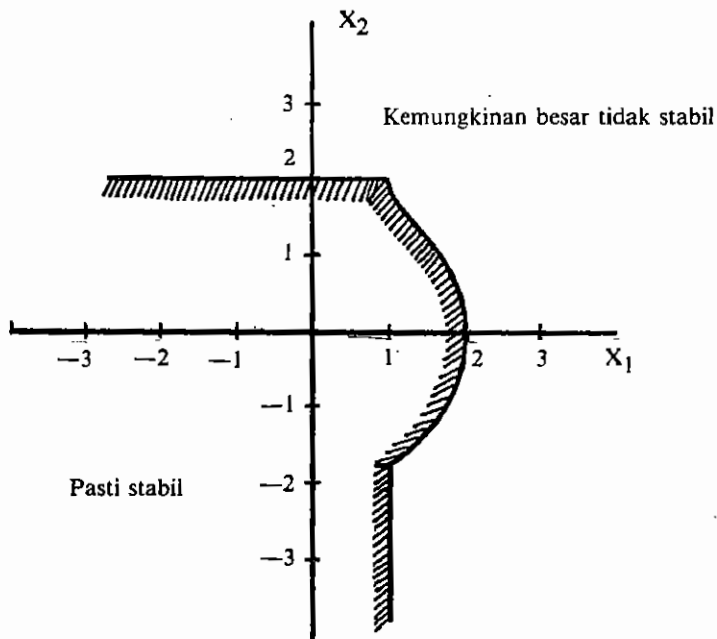
Penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada Ir. F.X. Soesianto, Direktur Pusat Komputer Universitas Gadjah Mada, atas tanggapan dan saran yang diberikannya.

Daftar Kepustakaan

- Cunningham, W.J. (1963) The concept of stability. *Amer. Sci.* 51(4) : 425-436.
- Director, S.W. and R.A. Rohrer. (1972) *Introduction to system theory*. McGraw-Hill Kogakusha. Tokyo. 44 p.
- IADS. (1981) *Assessing farmers' needs in designing agricultural technology*. IADS occasional paper. New York. 11p.
- Letov, A.M. 1969. Stability theory. **dalam** L.A. Zadeh and E. Polak (eds.). *System theory*. Tata McGraw-Hill. New Delhi. pp. 347 - 384.
- Soemangat dan Tri Purwadi. (1978) Suatu pendekatan dalam penentuan luas usaha tani yang optimum untuk daerah transmigrasi. *Agro Ekonomi*. Maret 1978 : 57 — 80.
- Zandstra, H.G. (1977) Cropping systems research for the Asian rice farmer. *Proc. Symp. on Cropping systems research and development for the Asian rice farmer*. IRRI. Los Banos. pp. 11 — 30.



Gambar 1. Kurva-kurva penyusunan batas antara daerah stabil dan tidak stabil



Gambar 2. Batas antara daerah stabil dan tidak stabil