

## ARTIKEL RISET

# Efek Doppler dalam Kosmologi dengan Sumber yang Bergerak Secara Sembarang

Arief Hermanto

Received: Nov 25, 2022 | Accepted: Apr 13, 2023 | Published: Apr 14, 2023 | DOI: 10.22146/jfi.v27i1.79417

## Ringkasan

Efek Doppler adalah adanya perbedaan antara frekuensi (bunyi untuk yang non-relativistik; cahaya untuk yang relativistik, baik khusus maupun umum) yang ditangkap oleh penerima dengan yang dipancarkan sumber. Ini merupakan topik baku yang dibahas dalam buku-buku ajar. Dalam konteks Teori Relativitas Umum buku ajar selalu membatasi diri pada kasus khusus di mana baik sumber maupun penerima berada dalam keadaan diam. Eksperimen yang berkaitan dengan ini merupakan salah satu dari beberapa eksperimen penting yang membuktikan kebenaran Teori Relativitas Umum. Dalam penelitian ini akan diselidiki kasus yang lebih umum yaitu kasus di mana sumber berada dalam keadaan bergerak. Kasus ini banyak dijumpai dalam astronomi sehingga akan diteliti efek Doppler dalam konteks kosmologi. Sumber yang memancarkan cahaya dimodelkan memancarkan partikel-partikel dengan jeda waktu tertentu. Ditinjau dua partikel yang dipancarkan dengan jeda waktu tertentu dan diterima dengan jeda waktu berbeda. Perbandingan kedua jeda waktu itu merupakan efek Doppler.

**Kata Kunci** : relativitas umum, efek Doppler, kosmologi.

## Abstract

The Doppler effect is the difference between the frequencies (sound for nonrelativistic ones; light for relativistic ones, both special and general) captured by the receiver and those emitted by the source. This is a standard topic discussed in textbooks. In the context of the General Theory of Relativity textbooks always limit themselves to special cases where both the source and receiver are at rest. The experiment related to this was one of several important experiments that proved the General Theory of Relativity. In this research, we will investigate a more general case, namely the case where the source is in motion. This case is often found in astronomy, so we will examine the Doppler effect in the context of cosmology. A source that emits light is modeled as emitting particles with a certain time interval. Observe two particles emitted with a certain time interval and received with a different time interval. The comparison of the two time intervals is the Doppler effect.

**Keywords:** general relativity; Doppler effect; cosmology

## 1 PENDAHULUAN

Efek Doppler adalah adanya perbedaan antara frekuensi (bunyi untuk yang non-relativistik; cahaya untuk yang relativistik, baik khusus maupun umum) yang ditangkap oleh penerima dengan yang dipancarkan sumber. Ini merupakan topik baku yang dibahas dalam buku-buku ajar. Dalam konteks Teori Relativitas Umum buku ajar selalu membatasi diri pada kasus khusus di mana baik sumber maupun

penerima berada dalam keadaan diam. Eksperimen yang berkaitan dengan ini merupakan salah satu dari beberapa eksperimen penting yang membuktikan kebenaran Teori Relativitas Umum. Dalam penelitian ini akan diselidiki kasus yang lebih umum yaitu kasus di mana sumber berada dalam keadaan bergerak.

Digunakan metode di mana sumber yang memancarkan cahaya dimodelkan sebagai memancarkan partikel-partikel dengan jeda waktu tertentu. Jeda waktu itu berbanding terbalik dengan frekuensi cahaya. Ditinjau dua partikel yang dipancarkan dengan jeda waktu tertentu dan diterima dengan jeda waktu yang berbeda. Perbandingan antara kedua jeda waktu itu merupakan efek Doppler.

Correspondence: [ariefhermanto@ugm.ac.id](mailto:ariefhermanto@ugm.ac.id)

Departemen Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta, Indonesia

Full list of author information is available at the end of the article

\*Equal contributor

## 2 STUDI PUSTAKA

Di dalam berbagai buku ajar tentang Teori Relativitas Umum, Efek Doppler merupakan salah satu topik yang baku untuk dibahas karena efek ini merupakan salah satu eksperimen penting yang digunakan untuk membuktikan kekuatan (seringkali dikatakan sebagai kebenaran) dari Teori Relativitas Umum [1, 2, 3, 4, 5]. Semua buku ajar yang dijumpai selalu membatasi diri pada kasus khusus yaitu sumber dan penerima berada dalam keadaan diam. Memang keadaan seperti itulah yang sesuai dengan eksperimen yang dilakukan [6]. Untuk sumber dan penerima yang bergerak sudah dijumpai pembahasannya namun hanya untuk gejala yang non-relativistik [7, 8]. Dalam penelitian ini akan dilakukan perluasan terhadap kasus yang ditinjau (dalam konteks Relativitas Umum) yaitu sumber berada dalam keadaan bergerak.

## 3 METODE PENELITIAN

Dalam konteks Relativitas Umum perlu ditentukan ruang-waktu yang menjadi latar belakang suatu gejala atau fenomena. Dalam penelitian ini dipilih ruang-waktu kosmologis karena kesederhanaan dan luasnya pemakaian ruang-waktu ini dalam astrofisika.

Ruang-waktu kosmologis bisa dinyatakan sebagai  $ds^2 = dt^2 - A^2(t)(dr^2 + r^2 d\Omega^2)$  dengan  $A(t)$  menyatakan tetapan waktu dan  $d\Omega$  menyatakan bagian sudut dari sistem koordinat bola yang digunakan. Misalnya gerak sumber dinyatakan sebagai  $r_1(t)$  dan posisi penerima dinyatakan sebagai  $r_2$  untuk menggambarkan keadaan gerak sumber yang sembarang. Misalnya pada saat  $t_1$  sumber memancarkan sebuah foton. Foton itu akan menjalani lintasan yang memenuhi persamaan diferensial  $0 = dt^2 - A^2(t)dr^2$  yang dengan syarat awal bahwa pada  $t = t_1$  posisi foton adalah  $r = r_1(t_1)$  akan secara umum bisa diselesaikan secara numerik atau kita akan bisa mendapatkan tabel antara  $t$  versus  $r_f(t)$  untuk lintasan foton. Lintasan foton akan bertemu dengan lintasan penerima pada saat  $t = t_2$  di mana  $r_f(t_2) = r_2$ .

Prosedur di atas diulang lagi untuk pemancaran foton pada saat  $t = t_1 + dt_S$  yang kemudian akan diterima oleh penerima pada saat  $t = t_2 + dt_P$ . Waktu pribadi pada saat pemancaran adalah  $dT_1^2 = dt_1^2 - A^2(t_1)dr_1^2$  sedangkan waktu pribadi saat penerimaan adalah  $dT_2^2 = dt_2^2 - A^2(t_2)dr_2^2$

Efek Doppler adalah perbandingan antara  $dT_1$  dengan  $dT_2$  yaitu  $dT_2/dT_1$  yang dalam hal ini secara umum bisa diperoleh secara numerik. Jika diinginkan maka prosedur ini bisa diulang untuk berbagai nilai  $t_1$  sehingga akan diperoleh  $dT_2/dT_1$  sebagai fungsi  $t_1$ .

## 4 HASIL PENELITIAN

Dalam penelitian ini digunakan elemen panjang ruang-waktu  $dT^2 = dt^2 - a^2(t)(dr^2 + r^2 d\Omega^2)$  di mana  $a(t) = kt^{2/3}$  dan digunakan  $c = 1$ . Digunakan penyederhanaan dengan  $d\Omega = 0$  sehingga  $dT^2 = dt^2 - a^2(t)dr^2$ . Misalnya sumber mula-mula berada di  $r_1$  bergerak dengan kecepatan  $V (V < 1)$  dan pengamat berada dalam keadaan diam di  $r_2$ . Pada saat  $t_1$ , sumber memancarkan sebuah foton yang bergerak menuju pengamat. Gerak foton digambarkan dengan  $dT^2 = dt^2 - a^2(t)dr^2$  dengan  $dT = 0$  sehingga  $dr = dt/a(t) = dt/kt^{2/3}$ . Jika saat  $t_1; r_1$  maka bisa dihitung pada saat  $r_2; t$  misalnya  $= t_2$ . Selanjutnya  $\int_{r_1}^{r_2} dr = \int_{t_1}^{t_2} dt/kt^{2/3}$ . Diperoleh  $t_2 = [k(r_2 - r_1) + t_1^{1/3}]^3$

Partikel kedua dipancarkan pada  $t = t_1 + dt_S$  di mana pada saat itu sumber berada di  $r = r_1 + V dt_S$ . Prosedur diulang dengan  $t = t_1 + dt_S$  ketika  $r = r_1 + V dt_S$  dan diperoleh misalnya di  $r = r_2; t = t_3$ . Berarti  $t_3 = [k(r_2 - r_1 - V dt_S) + (t_1 + V dt_S)^{1/3}]^3$ . Selanjutnya  $dt_P = t_3 - t_2 = dt_S(k(r_2 - r_1) + t_1^{1/3})^2((1/(3t_1^{2/3})) - kV)$  dengan hanya mempertahankan  $dt_S$  yang linear karena kecil. Faktor waktu pribadi adalah  $dT_S = [1 - a^2(t_1)V^2]^{1/2}$  dan  $dT_P = [1 - a^2(t_2)V^2]^{1/2} = 1$  karena penerima dalam keadaan diam. Efek Doppler adalah  $f_P/f_S = dt_S dT_S/dt_P dT_P = [1 - a^2(t_1)V^2]^{1/2}/k(r_2 - r_1) + t_1^{1/3})^2((1/(3t_1^{2/3})) - kV)$ .

## 5 KESIMPULAN

Telah berhasil dijabarkan secara analitik efek Doppler dalam konteks kosmologi untuk sumber yang bergerak secara sembarang. Karena elemen panjang ruang-waktu kebetulan sederhana maka tidak diperlukan perhitungan numerik yang sebenarnya akan selalu diperlukan untuk kasus yang umum.

## PENULIS

1 Arief Hermanto

Dari :

(1) Departemen Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Gadjah Mada



Jurnal Fisika Indonesia, its website and the articles published are licensed under a [Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/). © Departemen of Physics Universitas Gadjah Mada.

### Pustaka

1. Landau LD. The classical theory of fields. vol. 2. Elsevier; 2013.
2. Islam JN, Islam JN. An introduction to mathematical cosmology. Cambridge University Press; 2002.
3. Liebscher DE. Cosmology. vol. 210. Springer Science & Business Media; 2005.
4. Hartle JB. Gravity: an introduction to Einstein's general relativity. American Association of Physics Teachers; 2003.
5. Møller C. The theory of relativity. 1972.

6. Narlikar JV. Spectral shifts in general relativity. *American Journal of Physics*. 1994;62(10):903-7.
7. Saba MM, Rosa RAdS. The Doppler effect of a sound source moving in a circle. *The Physics Teacher*. 2003;41(2):89-91.
8. Kapoulitsas G. On the non-relativistic Doppler effect. *European Journal of Physics*. 1981;2(3):174.