

ARTIKEL RISET

Kaji Ulang Model Nilsson untuk Proton atau Neutron dengan $Z, N \leq 50$

Eko Tri Sulistyani* dan Nilam Candra Dewi

Abstrak

Telah dilakukan kaji ulang mengenai model inti Nilsson. Model ini dikembangkan dari model kulit dengan penambahan asumsi bahwa tidak ada interaksi antar nukleon (proton dan neutron). Jenis potensial yang digunakan adalah potensial osilator harmonik dengan menambahkan suku koreksi spin orbit dan koreksi bagian dasar potensial. Dengan metode ini didapatkan wakilan aras-aras energi pada diagram Nilsson yang gayut terhadap bilangan kuantum utama, bilangan kuantum radial pada sumbu simetri, bilangan kuantum radial pada sumbu tegak lurus, dan bilangan kuantum orbital yang diproyeksikan pada sumbu simetri. Wakilan aras-aras energi yang dihitung dalam kajian ini dibatasi pada cacah proton (Z) atau neutron (N) yang kurang dari atau sama dengan 50.

kata kunci: model Nilsson; model kulit; diagram Nilsson _____

Abstract

It has been reviewed about the model Nilsson. This model was developed from the shell model with the addition of the assumption that there is no interaction between nucleons (protons and neutrons). The potential type used is the harmonic oscillator potential with the spin orbit term and the correction of base potential. With this method, it can be understood the energy levels characterization of Nilsson diagram that was shown the relation among principal quantum number with radial quantum number on symmetry axis, radial quantum number on laboratory axis, and the projection of orbital quantum number on symmetry axis. In this Bachelor Thesis, the energy levels characterization were done calculate for proton (Z) or neutron (N) is less than or equal to 50.

keywords: Nilsson model; shell model; Nilsson diagram

1. Pendahuluan

Inti atom tersusun atas proton dan neutron disebut nukleon [1]. Nukleon - nukleon inti berinteraksi cukup kuat dalam jarak yang sangat dekat menyebabkan penyelesaian sistem inti yang kompleks. Penyelesaian sistem inti didekati dengan berbagai model inti. Model inti dibedakan menjadi dua yakni model inti kolektif dan model inti individu. Model inti kolektif meninjau inti secara satu kesatuan saling berinteraksi mengalami gerak bersama sedangkan model inti individu meninjau inti secara individu tidak ada interaksi mengalami gerak individu.

Gerak individu yang diperlihatkan pada inti ganjil mendasari model kulit yang diselesaikan oleh Maria G. Mayer (1948) dan di tempat lain oleh Otto Haxel, J. Hans D. Jensen serta Hans E. Suess (1949)[2, 3]. Model kulit menunjukkan struktur inti berbentuk bola terdapat sifat stabil pada jumlah nukleon tertentu.

Adanya gerak kolektif menunjukkan beberapa inti terdeformasi yakni penyimpangan bentuk bola. Penyimpangan ini dikemukakan oleh James Rainwater yang menyatakan bahwa tidak semua inti berbentuk bola, yang kemudian berhasil dibuktikan secara eksperimen oleh Bohr dan Mottelson.

Model kulit berhasil meramalkan sifat-sifat sebagian inti berbentuk bola pada inti ganjil [4]. Sedangkan model kolektif berhasil meramalkan inti terdeformasi. Dari kedua model tersebut, Svan Gosta Nilsson (1955) menyelesaikan perhitungan untuk inti terdeformasi dengan modifikasi model kulit sehingga bisa diaplikasikan pada inti terdeformasi. Jenis potensial yang digunakan dalam model Nilsson adalah potensial osilator harmonik termodifikasi dengan tambahan suku koreksi kopling spin orbit dan koreksi bagian dasar potensial.

Inti terdeformasi terlihat jelas pengaruhnya pada inti berat. Oleh karenanya, diperlukan penyelesaian inti terdeformasi yang diawali pada inti ringan

*Korespondensi: sulistyani@ugm.ac.id

Informasi lengkap tentang penulis dapat dilihat pada akhir artikel

yakni bentuk prolata dan oblate menggunakan model Nilsson. Tahapan yang dilakukan hingga model Nilsson dapat digambarkan dengan menggunakan diagram evolusi aras energi. Selanjutnya diperoleh pemahaman diagram Nilsson untuk cacah proton (Z) atau neutron (N) yang kurang dari atau sama dengan 50.

2. Model Nilsson Sebagai Modifikasi Model Kulit

Model Nilsson merupakan model yang mengawali pemahaman fenomena inti terdeformasi dengan pendekatan nukleon individu. Pendekatan nukleon individu pada model Nilsson serupa dengan model kulit, digunakan untuk mengetahui struktur inti. Kelemahan model kulit hanya mampu diterapkan pada inti bola sedangkan model Nilsson dapat diterapkan pada inti bola dan tidak bola (terdeformasi). Adapun jenis inti terdeformasi pada model Nilsson yakni digunakan pada deformasi kuadrapol yakni prolata dan oblate.

2.1 Hamiltonian Inti Bola dan Inti Terdeformasi

Pada inti bola menggunakan potensial osilator harmonik (OH) isotropik disebut model kulit sedang pada inti terdeformasi menggunakan potensial OH anisotropik disebut model Nilsson. Hamiltonian inti bola dalam model kulit sebagai berikut

$$\hat{H}_{sph} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{1}{2} m \omega_0^2 r^2 - Cl.s - D(l^2 - \langle l \rangle^2) \quad (1)$$

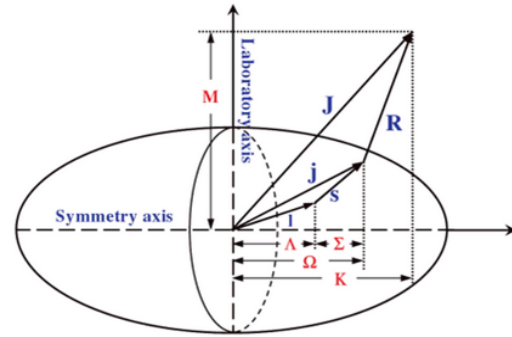
dengan ω_0 merupakan kecepatan sudut, $l.s$ merupakan perkalian skalar antara momentum sudut orbital dan momentum sudut spin, serta C dan D merupakan konstanta suku koreksi akibat kopling spin orbit dan koreksi dasar potensial OH. Hamiltonian inti bola pada persamaan (1) terdiri dari empat suku yakni suku pertama merupakan energi kinetik, suku kedua merupakan potensial osilator harmonik isotropik, suku ketiga merupakan koreksi kopling suku spin orbit, dan suku keempat merupakan koreksi pada bagian dasar potensial osilator harmonik.

Hamiltonian inti terdeformasi pada model Nilsson dengan OH anisotropik dapat dituliskan [5],

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{1}{2} m [\omega_{\pm}^2 (x^2 + y^2) + \omega_z^2 z^2] - Cl.s - D(l^2 - \langle l \rangle^2) \quad (2)$$

Potensial OH anisotropik diperkenalkan dengan adanya perbedaan kecepatan sudut pada sumbu tegak lurus ω_{\pm} dan kecepatan sudut pada sumbu- z ω_z . Kecepatan sudut mengandung parameter deformasi pada inti ringan ξ yakni [5]

$$\omega_{\pm} = \omega_0 \left(1 + \frac{1}{3} \xi \right) \quad (3)$$



Gambar 1: Bilangan kuantum asimptotik pada inti terdeformasi[7]

$$\omega_z = \omega_0 \left(1 - \frac{2}{3} \xi \right) \quad (4)$$

Nilai ξ mendefinisikan bentuk inti, untuk $\xi < 0$ bentuknya *oblate*, sedang untuk $\xi > 0$ bentuknya *prolate*.

2.2 Bilangan Kuantum Asimptotik

Orbital aras energi nukleon dengan model Nilsson diwakili $\Omega^\pi [N n_z \Lambda]$ yakni meliputi proyeksi momentum sudut total (spin), paritas, bilangan kuantum utama, bilangan kuantum radial, dan proyeksi momentum sudut orbital. Ω merupakan proyeksi momentum sudut total pada sumbu simetri ditunjukkan pada gbr (1). Proyeksi momentum sudut total ini dibentuk oleh jumlahan proyeksi momentum sudut orbital dan momentum sudut spin secara berurutan dinotasikan oleh Λ dan Σ . Keduanya merupakan bilangan kuantum asimptotik atau bilangan kuantum silinder [6]. Bilangan kuantum asimptotik disebut bilangan kuantum silinder karena pada inti terdeformasi dapat didekati dengan inti dengan koordinat silinder. Bilangan kuantum asimptotik inti terdeformasi ditunjukkan pada gbr (1). Pada gbr (1) J merupakan momentum sudut total inti (jumlahan momentum sudut total nukleon j dan momentum sudut pada rotasi kolektif nukleon R). Apabila J diproyeksikan pada sumbu simetri maka dinotasikan dengan K . Sedangkan apabila J diproyeksikan pada sumbu *laboratory* maka dinotasikan dengan M . Momentum sudut total nukleon j merupakan jumlahan momentum sudut orbital l dan momentum sudut spin s . Apabila j , l , s diproyeksikan pada sumbu simetri maka secara berurutan dinotasikan dengan Ω , Λ dan Σ . Proyeksi momentum sudut total nukleon (spin) merupakan jumlahan proyeksi momentum sudut orbital dan proyeksi momentum sudut spin, $\Omega = \Lambda \pm \Sigma$ dan

Tabel 1: Tabel karakteristik orbital pada diagram Nilsson untuk proton atau neutron $Z, N \leq 50$

Bil.kuantum utama	Spin dan paritas	Bil. kuantum radial-z	Proyeksi l	$\Omega^\pi [Nn_z\Lambda]$	Bil kuantum radial- \perp
N=0	$\Omega = 1/2^+$	$n_z = 0$	$\Lambda = 0$	$1/2^+ [000]$	$n_\rho = 0$
N=1	$\Omega = 1/2^-$	$n_z = 1$	$\Lambda = 0$	$1/2^- [110]$	$n_\rho = 0$
		$n_z = 0$	$\Lambda = 1$	$1/2^- [101]$	$n_\rho = 0$
N=2	$\Omega = 3/2^-$	$n_z = 0$	$\Lambda = 1$	$3/2^- [101]$	$n_\rho = 0$
		$n_z = 2$	$\Lambda = 0$	$1/2^+ [220]$	$n_\rho = 0$
		$n_z = 1$	$\Lambda = 1$	$1/2^+ [211]$	$n_\rho = 0$
	$\Omega = 3/2^+$	$n_z = 0$	$\Lambda = 0$	$1/2^+ [200]$	$n_\rho = 1$
		$n_z = 1$	$\Lambda = 1$	$3/2^+ [211]$	$n_\rho = 0$
		$n_z = 0$	$\Lambda = 2$	$3/2^+ [202]$	$n_\rho = 0$
N=3	$\Omega = 5/2^+$	$n_z = 0$	$\Lambda = 2$	$5/2^+ [202]$	$n_\rho = 0$
		$n_z = 3$	$\Lambda = 0$	$1/2^- [330]$	$n_\rho = 0$
		$n_z = 2$	$\Lambda = 1$	$1/2^- [321]$	$n_\rho = 0$
		$n_z = 1$	$\Lambda = 0$	$1/2^- [310]$	$n_\rho = 1$
		$n_z = 0$	$\Lambda = 1$	$3/2^- [301]$	$n_\rho = 1$
		$n_z = 2$	$\Lambda = 1$	$3/2^- [321]$	$n_\rho = 0$
	$\Omega = 3/2^-$	$n_z = 1$	$\Lambda = 2$	$3/2^- [312]$	$n_\rho = 0$
		$n_z = 0$	$\Lambda = 1$	$5/2^- [301]$	$n_\rho = 1$
		$n_z = 1$	$\Lambda = 2$	$1/2^- [321]$	$n_\rho = 0$
	$\Omega = 5/2^-$	$n_z = 0$	$\Lambda = 3$	$1/2^- [321]$	$n_\rho = 0$
		$n_z = 1$	$\Lambda = 2$	$1/2^- [321]$	$n_\rho = 0$
		$n_z = 0$	$\Lambda = 3$	$7/2^- [303]$	$n_\rho = 0$

vertikalnya menunjukkan energi total yakni 2,0-5,0 ($\hbar\omega$) sedang sumbu horisontalnya menunjukkan deformasi yakni -0,3 hingga 0,3. Aras energi pada sisi kiri menunjukkan bentuk inti terdeformasi yakni *oblate* dengan deformasi -0,3 hingga -0,1. Aras energi pada sisi kanan menunjukkan bentuk inti terdeformasi yakni *prolate* dengan deformasi 0.1 hingga 0.3. Diagram Nilsson serupa dengan diagram model kulit yakni mampu menunjukkan bilangan ajaib yang sesuai dengan data eksperimen, pada kasus ini bilangan ajaibnya meliputi 2, 8, 20, 28, dan 50. Keunggulan diagram Nilsson mampu menjelaskan adanya inti yang terdeformasi akibat adanya fenomena gerak kolektif nukleon penyusun inti.

Aras terendah pada bilangan kuantum utama $N=0$ adalah 1s memiliki nilai paritas yakni $\pi = (-1)^N = (-1)^0 = 1$ bernilai positif. Menurut tabel karakteristik dengan subaras $1s_{1/2}$ memiliki spin $\Omega = 1/2$ ($\Omega = \Lambda \pm 1/2$) diperoleh bilangan kuantum $n_z = 0$, $\Lambda = 0$ dan $n_\rho = 0$. Orbital pada subaras $1s_{1/2}$ dikarakterisasi sebagai berikut $\Omega^\pi [Nn_z\Lambda] = 1/2^+ [000]$. Pada aras terendah ini tidak mengalami pemisahan aras energi sehingga tidak digambarkan pada diagram Nilsson gbr (4).

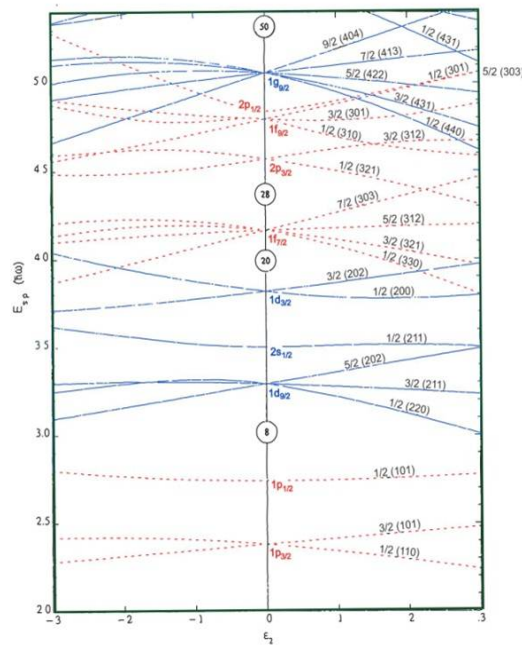
Aras pada bilangan kuantum utama $N=1$ adalah 1p dengan paritas $\pi = (-1)^1 = -1$ bernilai negatif. Aras 1p memiliki subaras $1p_{3/2}$ dan $1p_{1/2}$. Subaras $1p_{3/2}$ memiliki spin $\omega = 1/2$ dan $3/2$. Untuk spin $1/2$ diperoleh $n_z = 1$, $\Lambda = 0$ dan $n_\rho = 0$; untuk spin $3/2$ diperoleh $n_z = 0$, $\Lambda = 1$ dan $n_\rho = 0$. Orbital pada subaras $1p_{3/2}$ dikarakteristik sebagai berikut $1/2^- [110]$ dan $3/2^- [101]$. Subaras $1p_{1/2}$ memiliki spin $\Omega = 1/2$ sehingga diperoleh $n_z = 0$, $\Lambda = 1$, dan $n_\rho = 0$. Aras energi pada subaras $1p_{1/2}$ dikarakterisasi oleh $1/2^- [101]$.

Aras pada bilangan kuantum utama $N=2$ adalah 1d dan 2s dengan paritas $\pi = (-1)^2 = 1$ bernilai positif. Aras 1d dan 2s memiliki subaras meliputi $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, dan $1d_{3/2}$ secara berurutan dari energi paling rendah disesuaikan dengan diagram Nilsson gbr (4). Subaras $1d_{5/2}$ memiliki spin $\Omega = 1/2, 3/2$, dan $5/2$. Untuk spin $1/2$ diperoleh $n_z = 2$, $\Lambda = 0$, dan $n_\rho = 0$; untuk spin $3/2$ diperoleh $n_z = 1$, $\Lambda = 1$, dan $n_\rho = 0$; untuk spin $5/2$ diperoleh $n_z = 0$, $\Lambda = 2$, dan $n_\rho = 0$. Adapun aras energi pada subaras $1d_{5/2}$ dikarakterisasi oleh $1/2^+ [220]$, $3/2^+ [211]$, dan $5/2^+ [202]$.

Subaras $2s_{1/2}$ memiliki spin $\Omega = 1/2$ sehingga diperoleh $n_z = 1$, $\Lambda = 1$, dan $n_\rho = 0$. Adapun aras energi pada subaras $2s_{1/2}$ dikarakterisasi oleh $1/2^+ [211]$. Subaras $1d_{3/2}$ memiliki spin $\Omega=1/2$ dan $3/2$. Untuk spin $1/2$ diperoleh $n_z=0$, $\Lambda=0$, dan $n_\rho=1$; untuk spin $\Omega=3/2$ diperoleh $n_z,\Lambda=2$, dan $n_\rho=0$. Adapun aras energi pada subaras $1d_{3/2}$ dikarakterisasi oleh $1/2^+ [200]$ dan $3/2^+ [202]$.

Aras pada bilangan kuantum utama $N=3$ adalah 1f dan 2p dengan paritas $\pi = (-1)^3 = -1$ bernilai negatif. Subaras 1f dan 2p meliputi $1f_{7/2}$, $2p_{3/2}$, $1f_{5/2}$, dan $1p_{1/2}$ secara berurutan dari energi paling rendah disesuaikan dengan diagram Nilsson gbr (4). Subaras $1f_{7/2}$ memiliki spin $\Omega=1/2, 3/2, 5/2$, dan $7/2$. Untuk spin $1/2$ diperoleh nilai $n_z = 3$, $\Lambda = 0$ dan $n_\rho = 0$; untuk spin $3/2$ diperoleh $n_z = 2$, $\Lambda = 1$ dan $n_\rho = 0$; untuk spin $5/2$ diperoleh $n_z = 1$, $\Lambda = 2$ dan $n_\rho = 0$; untuk spin $7/2$ diperoleh $n_z = 0$, $\Lambda = 3$ dan $n_\rho = 0$. Adapun aras energi pada sublevel $1f_{7/2}$ dikarakterisasi oleh $1/2^- [330]$, $3/2^- [321]$, $5/2^- [312]$, dan $7/2^- [303]$.

Subaras $2p_{3/2}$ memiliki spin $\Omega=1/2$ dan $3/2$. Untuk spin $1/2$ diperoleh $n_z = 2$, $\Lambda = 1$, dan $n_\rho = 0$; spin $3/2$ diperoleh nilai $n_z = 1$, $\Lambda = 2$, dan $n_\rho = 0$. Adapun



Gambar 3: Diagram Nilsson untuk cacah proton atau neutron dengan $Z, N \leq 50$

aras energi pada subaras $2p_{3/2}$ dikarakterisasi oleh $1/2^-$ [321] dan $3/2^-$ [312]. Subaras $1f_{5/2}$ memiliki spin $\Omega=1/2, 3/2$, dan $5/2$. Untuk nilai spin $1/2$ diperoleh $n_z = 1, \Lambda = 0$ dan $n_\rho = 1$; spin $3/2$ diperoleh $n_z = 0, \Lambda = 1$ dan $n_\rho = 1$; spin $5/2$ diperoleh $n_z = 0, \Lambda = 3$ dan $n_\rho = 0$. Adapun aras energi pada subaras $1f_{5/2}$ dikarakterisasi oleh $1/2^-$ [310], $3/2^-$ [301] dan $5/2^-$ [303]. Subaras $2p_{1/2}$ memiliki spin $\Omega=1/2$ diperoleh nilai $n_z = 0, \Lambda = 1$ dan $n_\rho = 1$ yang dikarakterisasi oleh $1/2^-$ [301].

Bilangan-bilangan ajaib pada diagram Nilsson $Z, N \leq 50$ semuanya sesuai dengan data eksperimen. Pada subaras $1s_{1/2}$ memiliki bilangan ajaib 2. Pada subaras $1s_{1/2}, 1p_{3/2}$, dan $1p_{1/2}$ memiliki bilangan ajaib 8. Pada subaras $1s_{1/2}$ hingga subaras $1d_{3/2}$ memiliki bilangan ajaib 20. Subaras $1s_{1/2}$ hingga subaras $1f_{7/2}$ memiliki bilangan ajaib 28. Subaras $1s_{1/2}$ hingga $1g_{9/2}$ memiliki bilangan ajaib 50. Subaras $1g_{9/2}$ terletak $N=4$ akibat adanya energi pemisah menyebabkan letaknya lebih dekat dengan subaras-subaras pada $N=3$.

Subaras $1g_{9/2}$ memiliki nilai spin $1/2, 3/2, 5/2, 7/2$, dan $9/2$. Untuk nilai spin $1/2$ diperoleh $n_z = 4, \Lambda = 0$, dan $n_\rho = 0$; untuk spin $3/2$ diperoleh $n_z = 3, \Lambda = 1$, dan $n_\rho = 0$; untuk spin $5/2$

diperoleh $\Lambda = 3$, dan $n_\rho = 0$; untuk nilai spin $9/2$ diperoleh $n_z = 0, \Lambda = 4$, dan $n_\rho = 0$. Adapun aras energi pada subaras $1g_{9/2}$ dikarakterisasi oleh $1/2^+$ [440], $3/2^+$ [431], $5/2^+$ [422], $7/2^+$ [413], dan $9/2^+$ [404]. Semua aras-aras energi yang ditunjukkan pada tabel karakteristik orbital pada gbr (3) menunjukkan kesesuaian dengan aras - aras energi pada diagram Nilsson pada gbr (4).

5. Kesimpulan

Berdasarkan hasil yang telah dikaji dapat disimpulkan sebagai berikut: 1. Model Nilsson yang menggunakan osilator harmonik murni dengan menambahkan koreksi spin orbit dan koreksi bagian dasar potensial pada bilangan kuantum utama $N=1, 2$, dan 3 dapat digunakan untuk memahami aras-aras energi untuk proton atau neutron dengan $Z, N \leq 50$. 2. Dapat dipahami bahwa keterkaitan antara bilangan kuantum dalam wakilan aras-aras energi pada diagram Nilsson adalah bilangan kuantum utama dengan bilangan kuantum radial pada sumbu simetri, bilangan kuantum radial pada sumbu tegak lurus, dan bilangan kuantum orbital yang diproyeksikan pada sumbu simetri, $N = n_z + 2n_\rho + \Lambda$. Adanya keterkaitan antara bilangan kuantum tersebut memenuhi $\Omega = \sigma + 1/2$, $\Omega = K$ dan $\pi = -1^n$ yang dapat dituliskan dengan $\Omega^\pi [Nn_z\Lambda]$.

Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terimakasih kepada Grup Riset Astrofisika, Kosmologi dan Fisika Matematis, Jurusan Fisika, Universitas Gadjah Mada.

Informasi penulis

¹Grup Riset Astrofisika, Kosmologi dan Fisika Matematis, Jurusan Fisika, Universitas Gadjah Mada, Sekip Utara PO BOX BLS 21, 55281, Yogyakarta, Indonesia. ² Department of Physics, Universitas Gadjah Mada, Sekip Utara PO BOX BLS 21, 55281, Yogyakarta, Indonesia.

Pustaka

- Meyerhof, W.E.: Elements of nuclear physics
- Mayer, M.G.: On closed shells in nuclei. Physical Review Letter **74** (1948)
- Haxel, O., Jensen, D., Suess, E.: On the magic number in nuclear structure. Physical Review Letter **75** (1995)
- Lasijo, R.S.: Susunan Energi Partikel Tunggal Pada Inti-Inti A-Ganjil. PPIKSN-BATAN, Jakarta (1996)
- Nilsson, S.G.: Binding state of individual nucleons in strongly deformed nuclei. Dan Mat Fys Medd 29 (1995)
- Boisson, J.P., Piepenbring, R.: In: Treatment of a Nilsson Potential in the Basis of Asymptotic Quantum Numbers, p. 257. Mid-America Earthquake (MAE) Center Report, Institut des Sciences Nucleaires, France (1971). 38-Grenoble-Gare, France
- Wang, X.: Exotic collective excitations at high spin : Triaxial rotation and octopole condensation. PhD thesis, Indiana, University of Notre Dame (2007)