

# PEMODELAN MATEMATIK PINDAH PANAS DAN MASSA PADA PENGGORENGAN DENGAN PASIR SEBAGAI MEDIA PENGHANTAR PANAS

Mathematical Modeling of Heat and Mass Transfer  
on Frying by Using Sand as A Medium for Transferring Heat

Siswantoro<sup>1</sup>, Budi Rahardjo<sup>2</sup>, Nursigit Bintoro<sup>2</sup>, Pudji Hastuti<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Fakultas Pertanian Universitas Jenderal Soedirman, Jl. Dr. Suparno, Kampus Karangwangkal Purwokerto 53123; <sup>2</sup>Fakultas Teknologi Pertanian Universitas Gadjah Mada, Jl. Flora 1, Bulaksumur Yogyakarta 55281  
Email: siswantoro\_07@yahoo.co.id

## ABSTRAK

Penggoresan merupakan salah satu metode tertua dari proses pemasakan dan pengeringan pangan. Proses penggoresan berlangsung melalui kontak dengan media penghantar panas dan dilakukan pada suhu tinggi. Proses penggoresan biasanya digunakan minyak sebagai media penghantar panas, akan tetapi pada penelitian ini digunakan pasir sebagai media penghantar panas. Meskipun penggoresan merupakan suatu proses pemasakan pangan yang sudah lama dilakukan, tetapi proses tersebut banyak yang belum diungkap secara ilmiah. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengembangkan model matematik pindah panas dan massa yang meliputi koefisien kontak panas permukaan ( $h$ ) antara kerupuk dan pasir, konstanta pindah panas ( $K_p$ ), perubahan suhu dan kandungan air produk (kerupuk) selama penggoresan. Penelitian dilakukan dengan eksperimen laboratorium, bahan yang digunakan adalah pasir sungai, pasir besi, plat Aluminium, dan kerupuk (sebagai sample produk). Kisaran diameter pasir yang digunakan, untuk pasir sungai adalah 0,25 mm sampai dengan 2,00 mm, dan pasir besi adalah 0,10 mm sampai dengan 0,40 mm. Peralatan yang digunakan terdiri dari peralatan untuk mengukur sifat fisik dan termis bahan, mesin penggores dengan pasir, ayakan, neraca, gelas ukur, tachometer, thermokopel, data logger, interface, dan computer. Dari hasil penelitian diperoleh bahwa, presentase kesalahan rata-rata nilai prediksi dengan penggunaan model matematik lebih kecil dari 10 %. Hasil ini menunjukkan bahwa model matematik yang telah dikembangkan mempunyai tingkat ketepatan yang cukup baik untuk digunakan.

**Kata kunci:** Penggoresan, koefisien kontak panas permukaan, pindah panas dan massa, model matematik

## ABSTRACT

Frying is one of the oldest processes for cooking and drying of food. The frying process is basically the exchange of thermal energy through direct contact between a transferring heat medium and the food in high temperature. The frying process is the most commonly used oil as frying medium, however in this research used sand as a medium for transferring heat. Even though frying process is a very popular and ancient method to cook foods, the theory of frying processing was long neglected and poorly understood. The objective of this research was to develop a mathematical model of heat and mass transfer, to better explain coefficient of unit surface conductance ( $h$ ) between food (chip) and the frying medium (sand), constantan of heat transfer ( $K_p$ ), changes of temperature and water content of food during the process. The research is a laboratory based research, which is conducted using river sand, ferric sand, Aluminum plate, and chip as the sample food. River sand used has diameter from 0.25 mm to 2.00 mm, and ferric sand's diameters are from 0.10 mm to 0.40 mm. Tools used in the experiment include the hot sand frying machine, tools to measure physical and thermal properties, sieve, balance, volumetric glass, tachometer, thermocouple, data logger, interface, and a personal computer. The mean percentage errors of the mathematical model constructed are less than 10 %. This figure suggested that the mathematical model developed has a good precision, i.e. no significant difference between the predicting values and the observations.

**Keywords:** Frying, coefficient of unit surface conductance, heat and mass transfer, mathematical model

## PENDAHULUAN

Penggorengan merupakan proses pemasakan yang unik, menarik, dan banyak ragam makanan yang dimasak dengan cara tersebut. Ditinjau dari segi waktu proses, penggorengan adalah salah satu cara pemasakan produk pangan yang dilakukan secara cepat, dan cara ini dianggap paling efisien proses transfer panasnya ke produk pangan yang dimasak. Sebagai salah satu proses pemasakan, penggorengan tidak hanya dilakukan pada skala rumah tangga, tetapi juga dijumpai dalam industri pengolahan pangan baik industri berskala kecil maupun industri pangan berskala menengah. Proses penggorengan berlangsung melalui kontak dengan media penghantar panas yang melibatkan perpindahan panas secara konduksi dan konveksi serta dilakukan pada suhu tinggi (180-220 °C). Meskipun penggorengan merupakan suatu proses pemasakan pangan yang sudah lama dilakukan, tetapi proses tersebut masih banyak yang belum diungkap secara ilmiah (Levine, 1990; Siswanto, 2008).

Lazimnya penggorengan dilakukan dengan menggunakan minyak. Pada penggorengan minyak berfungsi sebagai media penghantar panas, meratakan suhu, dan berperan sebagai pemberi rasa gurih. Selama penggorengan produk mengalami penyerapan minyak yang cukup tinggi, untuk kerupuk sebagai produk yang digoreng penyerapan minyak mencapai 18 % (Soekarto, 1997). Pada penggorengan bahan berpati penyerapan minyak mencapai 15 % (Supriyanto, 2007). Penyerapan minyak yang cukup tinggi akan menyebabkan produk mudah menjadi tengik apabila selama penyimpanan terjadi kontak dengan oksigen.

Penggunaan minyak goreng pada akhir-akhir ini sering menimbulkan permasalahan yaitu: (1) Ketersediaannya kurang seimbang dengan kebutuhan sehingga menyebabkan harga melambung cukup tinggi; (2) Adanya kesadaran masyarakat untuk mengurangi konsumsi makanan yang mengandung lemak yang disinyalir akan berdampak kurang baik bagi kesehatan; (3) Adanya kewaspadaan terhadap produk hasil gorengan menggunakan minyak yang digunakan untuk penggorengan secara berulang; (4) Konsumsi minyak terutama lemak jenuh dianggap merupakan penyebab naiknya resiko sakit jantung koroner, kanker, diabetes, dan tekanan darah tinggi (Rofiuddin, 2007; Dewi-Sartika, 2009). Fakta permasalahan tersebut memberikan pemikiran untuk dilakukan penelitian tentang penggorengan menggunakan pasir sebagai media penghantar panas, karena produk goreng pasir tidak mengandung minyak, serta pasir relatif mudah didapat dan murah.

Penggorengan makanan berpati (kerupuk) dengan pasir sebagai media penghantar panas telah dilakukan di beberapa daerah di Indonesia. Namun sejauh ini belum banyak

informasi dan penelitian tentang penggorengan dengan pasir, terutama yang terkait dengan koefisien kontak panas permukaan ( $h$ ) antara pasir dengan produk yang digoreng, proses pindah panas dan massa. Berdasarkan realita tersebut, maka penggorengan dengan pasir menarik untuk dikaji secara ilmiah, dan kajian ini merupakan keterbaruan (*novelty*) dari penelitian yang akan dilakukan.

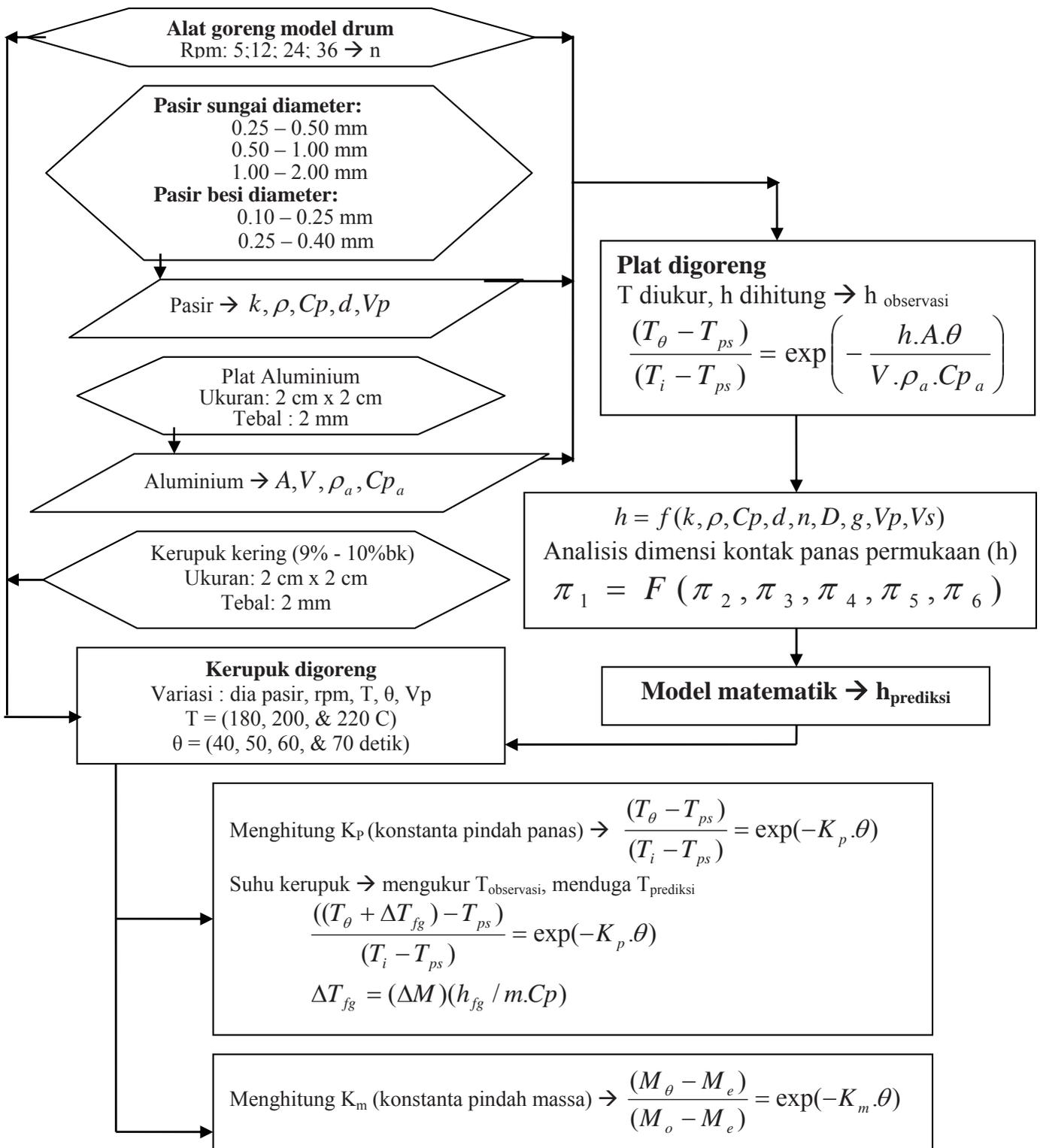
Pada penggorengan dengan pasir (*hot sand frying*), proses pindah panasnya ditentukan oleh nilai koefisien kontak panas permukaan ( $h$ ) antara pasir dengan produk yang digoreng. Besarnya nilai  $h$  pada proses penggorengan menggunakan pasir dipengaruhi oleh beberapa variabel meliputi: diameter pasir ( $d$ ), massa jenis pasir ( $\rho$ ), panas jenis pasir ( $C_p$ ), konduktivitas panas pasir ( $k$ ), volume pasir ( $V_p$ ), volume silinder penggoreng ( $V_s$ ), laju putaran silinder penggoreng ( $n$ ), diameter silinder penggoreng ( $D$ ), dan gravitasi bumi ( $g$ ). Mengingat variabel yang berpengaruh pada proses transfer panas pada penggorengan dengan pasir cukup kompleks maka pada penelitian ini akan dikembangkan model matematik secara empirik untuk menghitung nilai  $h$  menggunakan analisis dimensi (Glenn-Murphy, 1950; Langhaar, 1951; Douglas 1965).

Berdasarkan permasalahan yang telah diuraikan, maka dilakukan penelitian dengan tujuan untuk mendapatkan model matematik pindah panas dan massa pada penggorengan dengan menggunakan pasir sebagai media penghantar panas. Pindah panas yang dikaji dalam penelitian ini meliputi koefisien kontak panas permukaan ( $h$ ), konstanta pindah panas ( $K_p$ ), dan suhu produk selama penggorengan, sedangkan pindah massa yang dikaji adalah pindah massa air yang teruapkan dari produk yang digoreng.

## METODE PENELITIAN

### Bahan dan Alat

Bahan yang digunakan pada penelitian ini terdiri dari media penghantar panas (pasir) dan bahan yang diuji untuk digoreng (plat Aluminium dan kerupuk mentah). Pasir yang digunakan terdiri dari pasir sungai dan pasir besi. Pasir sungai diperoleh dari sungai Serayu dan sungai Pelus yang terletak di Kabupaten Banyumas, sedangkan pasir besi diperoleh dari pantai Srandil di Kabupaten Cilacap. Ukuran diameter pasir sungai dipisahkan menjadi 3 kelompok yaitu: diameter 0,25-0,50 mm, 0,50-1,00 mm, dan 1,00-2,00 mm. Ukuran diameter pasir besi dipisahkan menjadi 2 kelompok ukuran yaitu: 0,10-0,25 mm, dan 0,25-0,40 mm. Plat Aluminium dan kerupuk mentah yang diuji sebagai sampel yang digoreng mempunyai ukuran 2 cm x 2 cm dengan tebal 2 mm. Kerupuk dibuat dari tepung tapioka dengan kadar air bahan 9-10 % basis kering.



Gambar 1. Bagan alir tahap (prosedur) pelaksanaan penelitian

Peralatan yang digunakan pada penelitian ini terdiri dari alat pengukur suhu, alat pengukur sifat fisik dan termis, alat penggoreng dengan pasir, serta alat pengukur kadar air. Alat pengukur suhu terdiri dari sensor suhu (*thermocouple*), alat pengumpul data (*data logger*), alat pemindah data (*interface*), dan komputer. Alat pengukur sifat fisik dan termis bahan terdiri dari alat ukur konduktivitas panas, alat ukur panas jenis, ayakan pasir dan jangka sorong. Alat penggoreng menggunakan pasir dibuat dengan model silinder datar dengan volume silinder 3,54 liter. Alat penggoreng ini dilengkapi dengan sistem pengatur suhu, pengatur laju putaran silinder serta alat ukur laju putaran (*tachometer*). Alat pengukur kadar air terdiri dari oven, botol timbang, dan neraca analitik.

**Eksperimen Laboratorium**

Eksperimen laboratorium yang dilakukan pada penelitian ini meliputi, pengukuran, perhitungan, dan pengembangan model matematik. Eksperimen laboratorium pada proses penggorengan dengan pasir sebagai media penghantar panas dilakukan dengan variasi diameter pasir, variasi laju putaran silinder (rpm), dan variasi volume pasir, serta suhu selama proses penggorengan direkam dengan data logger setiap interval 5 detik. Laju putaran silinder pada penelitian ini divariasi pada rpm 5, 12, 24, dan 36. Volume pasir yang digunakan divariasi dengan volume 0,25 liter, 0,50 liter, 0,75 liter, dan 1,00 liter. Suhu proses penggorengan divariasi dengan suhu 180 °C, 200 °C, dan 220 °C. Tahapan proses penelitian (prosedur) dapat dilihat pada Gambar 1.

**Teori dan Pemodelan Matematik**

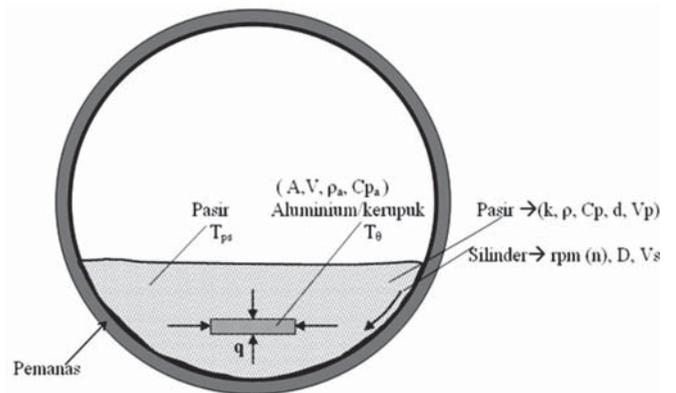
Batasan masalah yang digunakan pada pengembangan model matematik adalah sebagai berikut: (1) Suhu pasir merata dan konstan selama proses penggorengan; (2) Pada pengembangan model matematik untuk mendapatkan nilai koefisien kontak panas permukaan (*h*), nilai *k* dan  $\rho$  pasir yang digunakan adalah nilai *k* dan  $\rho$  solid; (3) Selama proses penggorengan kerupuk selalu berada dalam pasir; (4) Suhu produk (kerupuk) selama penggorengan dianggap homogen/merata diseluruh partikel, serta memenuhi kondisi bahwa tahanan internal pindah panas kecil bila dibanding tahanan eksternalnya, dengan nilai Biot ( $Bi$ ) =  $hr/k < 0,2$  sehingga suhu rata-rata produk yang digoreng dapat dikatakan sama dengan suhu permukaannya; (5) Proses yang dikaji hanya meliputi proses pindah panas dari pasir ke produk yang digoreng, tidak termasuk proses pindah panas antara partikel media penghantar panas.

Pada proses penggorengan panas dibangkitkan dari dinding silinder kemudian dihantar ke produk yang digoreng melalui butiran pasir. Besarnya nilai koefisien kontak panas permukaan antara pasir dengan produk yang digoreng adalah

*h*, sedang *q* adalah laju panas yang diberikan dari pasir ke produk yang digoreng. Jumlah panas yang diberikan dari pasir ke produk yang digoreng digunakan untuk menaikkan suhu dan untuk menguapkan air bahan. Neraca panas tersebut dapat ditulis sebagai berikut:

$$q = h.A.(T_{ps} - T_{\theta}) = V \cdot \rho_a \cdot C_{p_a} (\Delta T / \Delta \theta) + h_{fg} (\Delta M / \Delta \theta) \dots\dots\dots(1)$$

**Koefisien kontak panas permukaan (*h*).** Sampel yang digoreng untuk mendapatkan nilai *h* adalah plat Aluminium dengan ukuran 2 cm x 2 cm dan tebal 2 mm. Sketsa proses penggorengan dengan pasir sebagai media penghantar panas dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Sketsa proses penggorengan dengan pasir sebagai media penghantar panas

Pengukuran nilai *h* dengan plat Aluminium (bukan kerupuk) dengan pertimbangan bentuk, ukuran, sifat fisik dan termisnya terukur lebih tepat. Setelah nilai *h* diperoleh, nilai *h* tersebut dapat diaplikasikan untuk jenis produk yang lain, karena dari beberapa pustaka telah menyebutkan bahwa besarnya nilai *h* tidak dipengaruhi oleh jenis dan ukuran bahan tetapi lebih banyak dipengaruhi oleh kecepatan media penghantar panasnya. Motawi (1962), menyatakan bahwa besarnya nilai koefisien kontak panas permukaan (*h*) dengan udara sebagai media penghantar panas, dipengaruhi oleh kecepatan aliran udara disekitar obyek yg diuji. Dari hasil penelitian tersebut diperoleh besarnya nilai *h* terhadap beberapa variasi kecepatan (*v*) aliran udara sebagai berikut: pada kecepatan aliran udara 0 m/dt nilai *h* sebesar 10,3 J/dt.m<sup>2</sup> °C; pada kecepatan aliran udara 1,5 m/dt nilai *h* sebesar 23,0 J/dt.m<sup>2</sup> °C; pada kecepatan aliran udara 3,0 m/dt nilai *h* sebesar 32,7 J/dt.m<sup>2</sup> °C; pada kecepatan aliran udara 4,6 m/dt nilai *h* sebesar 34,6 J/dt.m<sup>2</sup> °C. Earle (1966), besarnya nilai *h* pada aliran udara di atas permukaan datar hanya dipengaruhi oleh kecepatan udara (*v*) dan digambarkan dengan persamaan berikut:

$$h = 5,7 + 3,9v \quad \text{untuk } v < 5 \text{ m/detik}$$

$$h = 7,4v^{0,8} \quad \text{untuk } 5 < v < 30 \text{ m/detik}$$

Pada penggorengan dengan pasir (*hot sand frying*), proses pindah panasnya ditentukan oleh koefisien kontak panas permukaan ( $h$ ) antara pasir dengan produk yang digoreng. Mengingat variabel yang berpengaruh pada nilai  $h$  pada penggorengan dengan pasir cukup kompleks maka pada penelitian ini dikembangkan model matematik secara empirik dengan menggunakan analisis dimensi. Dimensi dasar yang digunakan yaitu dimensi massa ( $M$ ), panjang ( $L$ ), waktu ( $\theta$ ), dan suhu ( $T$ ). Penentuan variable yang akan dikaji dalam analisis dimensi dilakukan dengan cara memasukkan variable sebanyak mungkin namun dengan tetap mempertimbangkan teori yang mendasari proses yang akan dikaji. Pada penelitian ini untuk menghitung nilai  $h$  pada proses penggorengan menggunakan pasir diduga dipengaruhi oleh beberapa variabel yang meliputi: diameter pasir ( $d$ ), massa jenis pasir ( $\rho$ ), panas jenis pasir ( $C_p$ ), konduktivitas panas pasir ( $k$ ), volume pasir ( $V_p$ ), volume silinder penggoreng ( $V_s$ ), laju putaran silinder penggoreng per detik ( $n$ ), diameter silinder penggoreng ( $D$ ), dan gravitasi bumi ( $g$ ). (Glenn-Murphy, 1950; Langhaar, 1951; Dauglas 1965).

Pada analisis dimensi digunakan bentuk tak-berdimensi ( $\pi$ ), yang jumlahnya sama dengan jumlah variabel pokok dikurangi dengan jumlah dimensi dasar. Pada penelitian ini jumlah variabel pokok yang digunakan = 10, sedangkan jumlah dimensi dasar yang digunakan = 4, sehingga jumlah bilangan tak-berdimensi ( $\pi$ ) = 6. Enam bilangan tak-berdimensi ( $\pi$ ) pada penelitian ini dapat dituliskan dalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= hd / k \\ \pi_2 &= d^3 g / \alpha^2 \\ \pi_3 &= n^3 D^3 / g \alpha \\ \pi_4 &= d / D \\ \pi_5 &= D^3 / V_p \\ \pi_6 &= V_p / V_s \end{aligned}$$

Bentuk hubungan bilangan tak-berdimensi ( $\pi$ ) secara umum dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\left(\frac{hd}{k}\right) = K \left(\frac{d^3 g}{\alpha^2}\right)^A \left(\frac{n^3 D^3}{g \alpha}\right)^B \left(\frac{d}{D}\right)^C \left(\frac{D^3}{V_p}\right)^D \left(\frac{V_p}{V_s}\right)^E \dots(2)$$

Pada penelitian ini digunakan analisis dimensi karena beberapa pertimbangan berikut: (1) Bentuk  $\pi$  dapat dipakai sebagai peubah sehingga akan mengurangi jumlah peubah pokok yang akan diteliti. Hal ini akan menyederhanakan percobaan yang dilakukan; (2) Bentuk  $\pi$  tidak mempunyai dimensi sehingga tidak peka terhadap perubahan ukuran. Hal ini memungkinkan untuk dilakukan percobaan pada skala kecil sehingga lebih murah (Glenn-Murphy, 1950; Langhaar, 1951; Douglas, 1965).

**Perubahan suhu produk.** Suhu produk selama penggorengan dimodelkan dengan “*lump capacitance*”, atau “*thin layer*”. Dengan model ini suhu produk dianggap homogen/merata diseluruh partikel, serta memenuhi kondisi bahwa tahanan internal pindah panas kecil bila dibanding tahanan eksternalnya, nilai Biot ( $Bi$ ) =  $hr/k < 0,2$  sehingga suhu rata-rata bahan yang digoreng dapat dikatakan sama dengan suhu permukaannya (Earle, 1966; Mohsenin, 1980).

Laju perubahan suhu produk selama penggorengan dengan asumsi tidak terjadi perubahan kadar air bahan ( $dM / d\theta = 0$ ) dapat ditulis dengan model matematik sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{d\theta} &= h.A.(T_{ps} - T) \\ \frac{V.\rho.C_p.dT}{d\theta} + h_{fg} \frac{dM}{d\theta} &= h.A.(T_{ps} - T) \end{aligned}$$

Dengan asumsi ( $dM / d\theta = 0$ ) maka dapat ditulis dalam bentuk berikut :

$$\begin{aligned} \frac{V.\rho.C_p.dT}{d\theta} &= h.A.(T_{ps} - T) \\ \frac{dT}{d\theta} &= \frac{h.A.(T_{ps} - T)}{V.C_p.\rho} = K_p (T_{ps} - T) \\ \ln\left(\frac{T_{\theta} - T_{ps}}{T_i - T_{ps}}\right) &= \left(-\frac{h.A.\theta}{V.C_p.\rho}\right) = -K_p.\theta \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

$$\left(\frac{T_{\theta} - T_{ps}}{T_i - T_{ps}}\right) = \exp\left(-\frac{h.A.\theta}{m.C_p}\right) = \exp(-K_p.\theta) \dots\dots\dots(4)$$

Selama penggorengan panas yang ditransfer dari pasir ke dalam bahan (kerupuk) selain digunakan untuk menaikkan suhu kerupuk juga digunakan untuk penguapan air bahan. Sehingga untuk menentukan suhu produk apabila selama penggorengan produknya mengalami penguapan air maka nilai  $T_{\theta}$  dari persamaan (4) harus dikoreksi dengan memperhitungkan pengaruh panas yang digunakan untuk penguapan air bahan.

Apabila diketahui jumlah panas yang digunakan untuk menaikkan suhu kerupuk =  $dQ_1$

$$\begin{aligned} dQ_1 &= m.C_p.dT \\ dT &= dQ_1 / m.C_p \end{aligned}$$

Panas yang digunakan untuk penguapan air bahan (kerupuk) =  $dQ_2$

$$dQ_2 = h_{fg}.dM$$

maka panas  $dQ_2$  ini bila digunakan untuk menaikkan suhu kerupuk nilainya akan setara dengan:

$$\begin{aligned} dT_{fg} &= dQ_2 / m.C_p = h_{fg}.dM / m.C_p \\ \Delta T_{fg} &= h_{fg}.\Delta M / m.C_p \end{aligned}$$

Karena suhu kerupuk sama dengan suhu saat proses penguapan, maka suhu  $T_0$  pada persamaan (4) harus dikoreksi dengan pengurangan sebesar  $\Delta T_{fg}$ , sehingga suhu kerupuk yang terukur  $(T_{krp}) = T_0 - \Delta T_{fg}$ .

Maka model matematik persamaan (4) apabila digunakan untuk penggorengan produk yang selama proses mengalami penguapan air dapat ditulis menjadi bentuk berikut:

$$\frac{((T_{krp} + \Delta T_{fg}) - T_{ps})}{(T_i - T_{ps})} = \exp(-K_p \cdot \theta)$$

$$T_{krp} = \{(T_i - T_{ps}) \exp(-K_p \cdot \theta)\} + T_{ps} - \Delta T_{fg}$$

$$T_{krp} = (T_i - T_{ps}) e^{(-K_p \cdot \theta)} + T_{ps} - (\Delta M)(h_{fg} / m \cdot Cp) \dots (5)$$

Menggunakan persamaan (5) terjadinya perubahan volume kerupuk selama penggorengan ikut diperhitungkan dalam penentuan tingkat ketepatan model matematik. Penjelasan ini dapat diuraikan sebagai berikut: selama penggorengan kerupuk mengalami perubahan volume (V), massa jenis ( $\rho$ ), dan panas jenis (Cp). Perubahan V dan  $\rho$  diukur dengan pengukuran perubahan massa (m) kerupuk, karena  $m = V \times \rho$ . Pengukuran massa kerupuk yang digoreng dilakukan tiap interval waktu 5 detik selama 70 detik proses penggorengan. Jadi nilai m yang digunakan dalam perhitungan adalah nilai m tiap interval 5 detik penggorengan, sedangkan nilai Cp yang digunakan pada model matematik persamaan (5) merupakan nilai Cp rata-rata antara Cp kerupuk mentah dan matang.

**Perpindahan massa.** Seperti pada pindah panas, pindah massa produk pada penelitian ini juga dimodelkan sebagai "thin layer". Pada model ini kadar air bahan adalah homogen diseluruh partikel. Kondisi ini dipenuhi pada nilai  $D_m \theta / L^2 > 1,5$  (Hines dan Maddox, 1985). Laju kehilangan air bahan proposional dengan perbedaan kadar air bahan rata-rata dan kadar air keseimbangannya.

Laju perubahan massa produk sebagai akibat terjadinya perpindahan air saat penggorengan dengan menggunakan pasir dipengaruhi oleh konstanta perubahan kadar air ( $K_m$ ). Nilai  $K_m$  diasumsikan bukan merupakan fungsi suhu produk, tetapi  $K_m$  merupakan fungsi suhu proses atau suhu media penghantar panas. Model matematik perubahan massa air produk selama proses penggorengan dapat ditulis dengan model berikut:

$$\frac{dM}{d\theta} = K_m (M_e - M)$$

$$\int_{M_0}^{M\theta} \left( \frac{dM}{M - M_e} \right) = \int_0^{\theta} (-K_m \cdot d\theta)$$

$$\frac{dM}{d\theta} = K_m (M_e - M)$$

$$\int_{M_0}^{M\theta} \left( \frac{dM}{M - M_e} \right) = \int_0^{\theta} (-K_m \cdot d\theta) \dots (6)$$

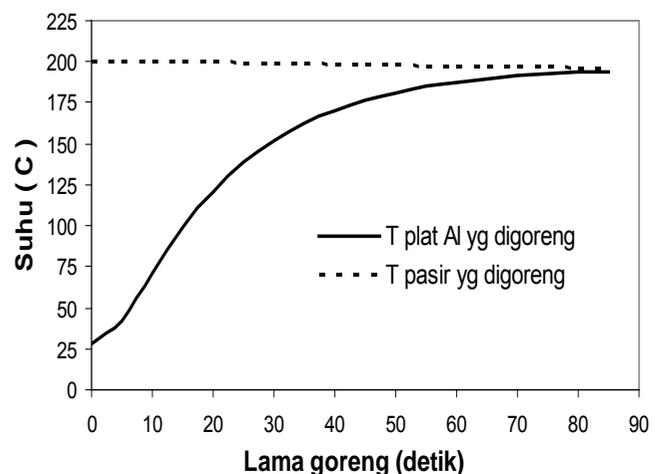
Konstanta pindah panas ( $K_p$ ) dan konstanta pindah massa ( $K_m$ ) tergantung pada suhu proses penggorengan. Perubahan konstanta tersebut dikemukakan dengan persamaan Arrhenius sebagai berikut:

$$\ln (K) = -(E_a/RT) + \ln (B) \dots (7)$$

**HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN**

**Koefisien Kontak Panas Permukaan**

Pengukuran (observasi) nilai koefisien kontak panas permukaan (h) pada penelitian ini dilakukan dengan penggorengan plat Aluminium dengan pasir sebagai media penghantar panas. Besaran fisik dan termis dari Aluminium yang terdiri: luas permukaan (A), massa (m), massa jenis ( $\rho$ ), volume (V), dan panas jenis (Cp) sudah diketahui. Selama proses penggorengan suhu Aluminium dan suhu pasir diukur dengan termokopel dan direkam setiap interval waktu 5 detik dengan data logger yang terhubung dengan komputer. Dari hasil pengukuran diperoleh suhu awal plat Aluminium ( $T_i$ ), suhu aluminium pada waktu  $\theta$  ( $T_0$ ), dan suhu pasir ( $T_{ps}$ ). Salah satu hasil pengukuran suhu plat Aluminium yang digoreng pasir dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Hasil pengukuran suhu aluminium dan suhu pasir selama penggorengan (pasir sungai diameter pasir 0,75 mm, rpm silinder penggoreng 24)

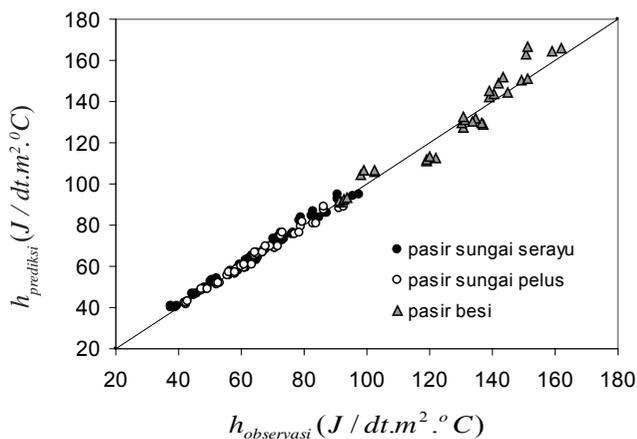
Menggunakan hasil pengukuran (Gambar 3), nilai koefisien kontak panas permukaan (h) dapat ditentukan dengan cara memetakan secara grafik dengan menggunakan

persamaan (3). Hasil selanjutnya diperoleh nilai koefisien kontak panas permukaan ( $h$ ) = 72, 4 J/dt.m<sup>2</sup> °C, nilai  $h$  tersebut merupakan slope (gradient) dari persamaan garis lurus dengan nilai koefisien determinasi  $R^2 = 0,99$ .

Pada penelitian ini pengukuran (observasi) nilai  $h$  dilakukan dengan perlakuan variasi diameter pasir sungai Serayu 0,40 mm, 0,75 mm, dan 1,50 mm; variasi diameter pasir Pelus 0,35 mm, 0,75 mm, dan 1,50 mm. Variasi laju putaran silinder dengan rpm 5, 12, 24, dan 36, sedangkan variasi volume pasir adalah 0,25 liter, 0,50 liter, 0,75 liter, dan 1,00 liter. Hasil pengukuran nilai  $h$  dengan variasi perlakuan tersebut kemudian dimodelkan dengan bentuk hubungan fungsi bilangan tak berdimensi ( $\pi$ ) menggunakan persamaan (2) serta diselesaikan secara matrik (Steel and Torrie, 1981) sehingga diperoleh model matematik secara empirik dengan bentuk model sebagai berikut:

$$\left(\frac{hd}{k}\right) = 10^{-3,001} \left(\frac{d^3 g}{\alpha^2}\right)^{0,330} \left(\frac{n^3 D^3}{g \alpha}\right)^{0,076} \left(\frac{d}{D}\right)^{-0,189} \left(\frac{D^3}{Vp}\right)^{-2,477} \left(\frac{Vp}{Vs}\right)^{-2,461} \dots\dots\dots(8)$$

Model matematik yang dihasilkan mempunyai validasi cukup tinggi untuk pengukuran nilai kontak pasan permukaan ( $h$ ), hal ini dapat dilihat dari rata-rata penyimpangan hasil pengukuran (observasi) dan pendugaan (prediksi) sebesar 2,67 %, dengan standard deviasi 3,14 %. Hasil pengukuran (observasi) dan pendugaan (prediksi) nilai koefisien kontak panas permukaan dengan menggunakan model matematik mempunyai nilai koefisien determinasi  $R^2 = 0,98$ , serta ditampilkan dalam bentuk grafik seperti dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Nilai koefisien kontak panas permukaan ( $h$ ) hasil observasi dan prediksi

Nilai koefisien kontak panas permukaan ( $h$ ) pasir sungai Serayu dan sungai Pelus tidak berbeda nyata, dengan nilai  $h$

rata-rata pasir sungai Serayu 65,1 J/dt.m<sup>2</sup> °C, dan sebesar 63,9 J/dt.m<sup>2</sup> °C untuk pasir Pelus. Nilai  $h$  hasil prediksi dengan model matematik berada pada kisaran 39,9 J/dt.m<sup>2</sup> °C sampai 95,0 J/dt.m<sup>2</sup> °C untuk pasir sungai, dan pada kisaran 92,1 J/dt.m<sup>2</sup> °C sampai 166,6 J/dt.m<sup>2</sup> °C untuk pasir besi. Nilai kontak panas permukaan dari pasir besi lebih besar dibanding dengan pasir sungai, dengan nilai rata-rata 128,7 J/dt.m<sup>2</sup> °C untuk pasir besi, dan 64,6 J/dt.m<sup>2</sup> °C untuk pasir sungai.

Nilai  $h$  pada penggorengan dengan pasir dipengaruhi oleh laju putaran silinder, untuk pasir sungai Serayu pada rpm 5 mempunyai nilai  $h$  48,8 J/dt.m<sup>2</sup> °C, rpm 12 mempunyai nilai  $h$  60,4 J/dt.m<sup>2</sup> °C, rpm 24 mempunyai nilai  $h$  70,6 J/dt.m<sup>2</sup> °C, dan pada rpm 36 mempunyai nilai  $h$  sebesar 77,5 J/dt.m<sup>2</sup> °C. Hasil pengukuran tersebut menunjukkan bahwa makin besar rpm akan menyebabkan nilai  $h$  juga makin besar. Hasil penelitian dikuatkan dengan pustaka yang menyatakan makin besar kecepatan aliran udara disekitar obyek maka akan menyebabkan nilai kontak panasnya juga makin besar. Motawi (1962), menyatakan bahwa besarnya nilai pindah panas pada medium penghantar panas udara dipengaruhi oleh kecepatan aliran udara disekitar obyek yang diuji. Dari hasil penelitian tersebut diperoleh besarnya nilai  $h$  terhadap beberapa variasi kecepatan ( $v$ ) aliran udara sebagai berikut: pada kecepatan aliran udara 0 m/dt nilai  $h$  sebesar 10,3 J/dt.m<sup>2</sup> °C; pada kecepatan aliran udara 1,5 m/dt nilai  $h$  sebesar 23,0 J/dt.m<sup>2</sup> °C; pada kecepatan aliran udara 3,0 m/dt nilai  $h$  sebesar 32,7 J/dt.m<sup>2</sup> °C; pada kecepatan aliran udara 4,6 m/dt nilai  $h$  sebesar 34,6 J/dt.m<sup>2</sup> °C.

Nilai  $h$  rata-rata pada penggorengan menggunakan pasir sebesar 99,7 J/dt.m<sup>2</sup> °C sedangkan nilai  $h$  dengan menggunakan media udara rata-rata sebesar 25,2 J/dt.m<sup>2</sup> °C. Nilai  $h$  pada penggorengan dengan pasir jauh lebih besar dibanding  $h$  pada udara, hal ini diduga pada saat penggorengan dengan pasir nilai  $h$  nya selain dipengaruhi oleh  $h$  udara juga dipengaruhi kontak panas permukaan antara pasir dengan produk yang digoreng secara konduksi.

Pasir besi mempunyai nilai  $h$  lebih besar dibanding pasir sungai, hal ini disebabkan karena pasir besi mempunyai nilai konduktivitas panas ( $k$ ) 0,498 J/dt.m °C, massa jenis ( $\rho$ ) 2549 kg/m<sup>3</sup>, dan difusivitas panas ( $\alpha$ ) 2,44 x 10<sup>-7</sup> m<sup>2</sup>/dt yang lebih besar dibanding pasir sungai. Pasir sungai mempunyai nilai  $k$  sebesar 0,290 J/dt.m °C, nilai  $\rho$  sebesar 1497 kg/m<sup>3</sup>, dan nilai  $\alpha$  sebesar 2,05 x 10<sup>-7</sup> m<sup>2</sup>/dt. Kondisi ini akan mendorong laju transfer panas yang berlangsung pada pasir besi menjadi lebih besar yang pada akhirnya akan menyebabkan nilai  $h$  pasir besi 128,7 J/dt.m<sup>2</sup> °C lebih besar dibanding  $h$  pasir sungai 64,6 J/dt.m<sup>2</sup> °C.

Pertambahan nilai  $h$  pada penggorengan menggunakan pasir sebagai penghantar panas tidak hanya disebabkan oleh pertambahan rpm silinder penggoreng, tetapi juga disebabkan oleh ukuran diameter pasir yang makin kecil. Kondisi ini

disebabkan karena dengan makin tinggi rpm maka intensitas kontak akan makin besar, demikian juga dengan makin kecil ukuran diameter pasir, maka luas permukaan kontak antara pasir dengan produk yang digoreng akan makin besar. Kondisi ini akan menyebabkan laju pindah panas akan makin tinggi, sehingga nilai  $h$  akan makin besar (Zabrodsky dkk., 1981; Grewal dan Zimmerman, 1988; Loveday dan Taki, 1996; Masoumifard dkk., 2008).

Pasir besi mempunyai nilai  $k = 0,498 \text{ J/dt.m } ^\circ\text{C}$ , nilai ini lebih besar dibanding pasir sungai dengan nilai  $k = 0,290 \text{ J/dt.m } ^\circ\text{C}$ , kondisi ini disebabkan karena kandungan besi lebih tinggi pada pasir besi dibanding pasir sungai. Kenyataan ini didukung dengan pustaka bahwa  $k$  pasir jauh lebih kecil dibanding  $k$  besi. Nilai  $k$  besi sebesar  $48,4 \text{ J/dt.m } ^\circ\text{C}$  sedangkan  $k$  pasir  $0,3 \text{ J/dt.m } ^\circ\text{C}$  (Mohsenin, 1980).

Pasir besi mempunyai  $\rho$   $2549 \text{ kg/m}^3$  lebih besar dibanding pasir sungai  $1497 \text{ kg/m}^3$ , kondisi ini disebabkan karena kandungan besi pada pasir besi cukup besar, yaitu sekitar 17 %. Kondisi ini cukup beralasan karena besi mempunyai  $\rho$  jauh lebih besar dibanding pasir,  $\rho$  besi sebesar  $7801 \text{ kg/m}^3$  sedangkan  $\rho$  pasir  $1401 \text{ kg/m}^3$  (Rohsenow, 1961; Mohsenin, 1980).

Pasir besi mempunyai  $C_p$  lebih kecil dibanding  $C_p$  pasir sungai, nilai rata-rata  $C_p$  pasir besi  $801 \text{ J/kg } ^\circ\text{C}$ , sedangkan pasir sungai sebesar  $946,5 \text{ J/kg } ^\circ\text{C}$ . Kondisi ini disebabkan karena pasir besi mempunyai kandungan besi yang cukup tinggi, yaitu sekitar 17 %, sehingga untuk menaikkan suhu pasir besi membutuhkan jumlah panas yang relatif lebih kecil dibanding pasir sungai. Kondisi ini didukung dengan pustaka bahwa  $C_p$  besi sebesar  $502 \text{ J/kg } ^\circ\text{C}$  sedangkan  $C_p$  pasir sebesar  $800 \text{ J/kg } ^\circ\text{C}$  (Mohsenin, 1980).

Berdasarkan hasil analisis sensitivitas, nilai kontak panas permukaan ( $h$ ) paling sensitive terhadap perubahan diameter silinder penggoreng, dan kurang sensitive terhadap perubahan volume pasir. Hasil analisis sensitivitas dapat dilihat pada Tabel 1.

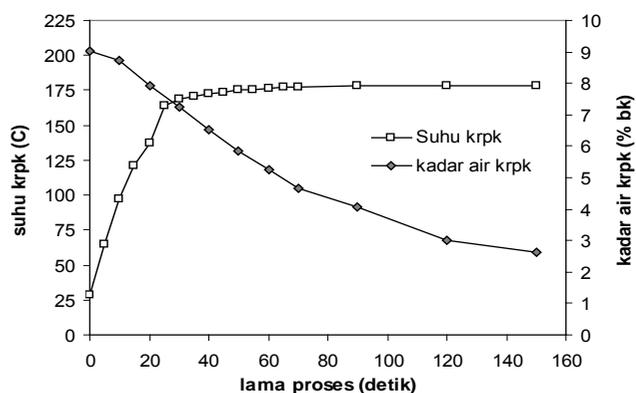
Table 1. Analisis sensitivitas dari beberapa variable yang diuji terhadap perubahan nilai  $h$

Variable	Perubahan Nilai Variable Input (%)	Perubahan Nilai h Variable Output (%)
K	10	2,6
P	10	7,3
$C_p$	10	7,3
D	10	1,9
Rpm	10	2,2
D	10	18,1
G	10	2,5
$V_p$	10	0,2
$V_s$	10	9,5

### Pindah Panas dan Massa Selama Penggorengan

Selama proses penggorengan kerupuk terjadi proses pindah panas dan massa yang berlangsung secara simultan. Pada penelitian ini pindah massa yang terjadi hanya perpindahan massa air produk, karena proses penggorengan dilakukan dengan menggunakan pasir. Pindah panas digambarkan dengan terjadinya perubahan suhu, sedangkan pindah massa digambarkan dengan terjadinya penurunan kadar air bahan. Salah satu contoh hasil pengukuran pindah panas dan massa pada penelitian ini dapat dilihat pada Gambar 5.

Dari Gambar 5 dapat dilihat bahwa pada waktu 0-10 detik awal proses penggorengan suhu kerupuk naik relatif cepat dari  $25-100 \text{ } ^\circ\text{C}$ , pada tahap ini proses penurunan kadar air berlangsung agak lambat. Setelah periode 10-20 detik penggorengan suhu kerupuk naik dengan laju relatif menurun dari  $100-130 \text{ } ^\circ\text{C}$ , pada periode ini sebagian panas digunakan untuk penguapan air bahan yang lajunya cenderung makin meningkat. Selanjutnya pada periode penggorengan 20-25 detik terjadi kenaikan laju perubahan suhu yang makin besar sampai suhu produk mendekati suhu lingkungan proses (suhu pasir), kondisi ini diduga karena laju penurunan air bahan sudah mulai menurun. Setelah lama proses 70 detik dengan kadar air sekitar 5 % laju penurunan kadar air bahan mengalami perlambatan karena pada tahap tersebut kadar air kerupuk sudah makin kecil dan air bahan terikat makin kuat.



Gambar 5. Pindah panas dan massa berlangsung secara simultan pada suhu proses  $180 \text{ } ^\circ\text{C}$

Penggorengan kerupuk dilakukan pada suhu  $180 \text{ } ^\circ\text{C}$ ,  $200 \text{ } ^\circ\text{C}$ , dan  $220 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Dari hasil pengukuran diperoleh nilai konstanta pindah panas ( $K_p$ ) dari masing-masing suhu proses dengan menggunakan persamaan (3). Besarnya nilai  $K_p$  hasil pengukuran dipengaruhi oleh suhu proses, maka nilai  $K_p$  pada penggorengan diformulasikan sebagai fungsi suhu proses dengan menggunakan persamaan Arrhenius (Persamaan 7).

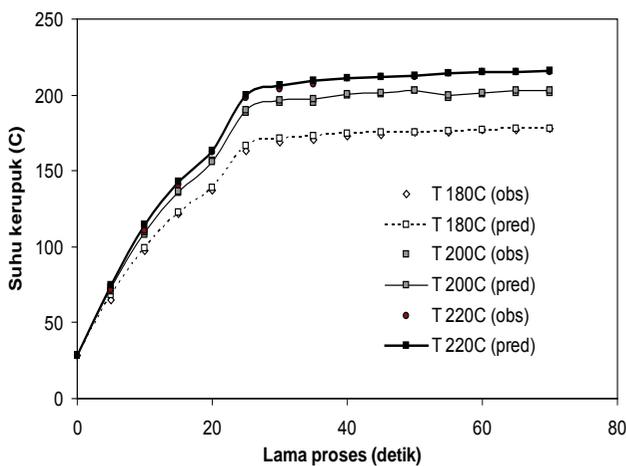
Dari hasil perhitungan besarnya nilai  $K_p$  sebagai fungsi suhu dapat dituliskan dengan model matematik berikut:

$$K_p = (0,0958) \exp[-118,41/(273 + T_{ps})] \dots\dots\dots(9)$$

Sehingga model matematik untuk menduga suhu kerupuk selama proses penggorengan (persamaan 5) dapat ditulis dalam bentuk berikut:

$$T_{krp} = (T_i - T_{ps}) \exp\{(-0,0958)(e^{-118,41/(273+T_{ps})})\theta\} + T_{ps} - (\Delta M)(h_{fg} / m.Cp) \quad (10)$$

Hasil pengembangan model dengan memasukkan adanya pengaruh air teruapkan dari bahan (persamaan 10), diperoleh hasil prediksi dengan penyimpangan rata-rata 0,93 %, dan standar deviasi 1,04 %. Hasil pengukuran (observasi) dan pendugaan (prediksi) suhu kerupuk pada saat penggorengan dengan 3 variasi suhu proses dapat dilihat pada Gambar 6.



Gambar 6. Suhu observasi dan prediksi pada penggorengan kerupuk menggunakan pasir

Dari Gambar 6 dapat dilihat bahwa ke tiga variasi suhu proses (180 °C, 200 °C, dan 220 °C) menunjukkan kecenderungan yang sama. Suhu kerupuk meningkat pada perioda penggorengan 0- 25 detik, dan setelah itu suhunya relatif konstan mendekati suhu proses (suhu pasir). Pada perioda 0-10 detik penggorengan laju kenaikan suhu cukup besar, kondisi ini diduga jumlah air yang teruapkan belum banyak, sehingga jumlah panas sebagian besar masih digunakan untuk menaikkan suhu bahan (panas sensibel). Pada perioda 10-20 detik penggorengan laju kenaikan suhu sedikit menurun, kondisi ini diduga air bahan mulai banyak yang diuapkan, sehingga jumlah panas yang masuk ke dalam bahan banyak yang digunakan untuk panas laten penguapan air. Pada perioda 20-25 detik penggorengan laju kenaikan

suhu meningkat agak tajam, kondisi ini diduga jumlah air yang teruapkan mulai berkurang, sehingga jumlah panas yang masuk ke dalam bahan banyak digunakan untuk menaikkan suhu bahan. Setelah perioda penggorengan 25 detik kenaikan suhu sudah relatif kecil, meskipun kandungan air bahan mulai kecil hal ini karena suhu bahan sudah mendekati suhu lingkungan penggorengan yaitu suhu pasir.

Rohsenow dan Choi (1961) menerangkan bahwa pindah massa disebabkan adanya suatu perbedaan konsentrasi, yaitu pergerakan dari konsentrasi tinggi ke konsentrasi yang lebih rendah. Seperti halnya pada pindah panas yang terjadi karena adanya perbedaan suhu. Pernyataan tersebut sejalan dengan apa yang diterangkan oleh (Geankoplis, 1980; Crank, 1986) bahwa besarnya fluks massa atau laju difusi suatu bahan yang melewati luas penampang adalah proposional dengan perbedaan konsentrasi pada daerah yang ditinjau. Untuk memecahkan masalah perhitungan kuantitatif pindah massa maka dilakukan analogi dengan pindah panas.

Massa yang dipindahkan dalam proses penggorengan ini adalah massa air yang ada di dalam produk yang digoreng. Seperti pada perpindahan panas, perpindahan massa air pada penelitian ini juga dimodelkan sebagai "Thin layer". Pada model ini kadar air bahan homogen diseluruh partikel, dan laju kehilangan air bahan proposional dengan perbedaan kadar air bahan dan kadar air keseimbangan dengan lingkungannya. Hasil pengukuran penurunan kadar air kerupuk selama penggorengan diperoleh bentuk model yang mengikuti fungsi exponential.

Kadar air seimbang ( $M_e$ ) terjadi apabila laju perubahan kadar airnya = 0. Kondisi ini dapat dicapai apabila waktu proses cukup lama, dan apabila waktu proses cukup lama, maka kadar air kerupuk akan mendekati kadar air pasir. Sehingga dapat dipastikan bahwa kadar air seimbang ( $M_e$ ) pada proses penggorengan dengan suhu pasir  $\geq 180$  °C adalah = 0 %.

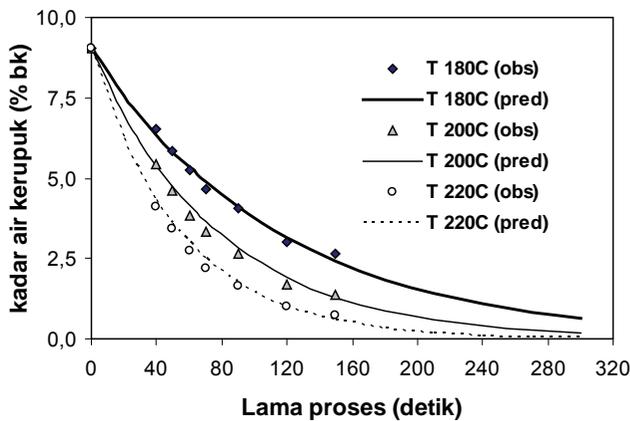
Nilai konstanta perubahan kadar air ( $K_m$ ) dapat dihitung dengan cara memetakan secara grafik kadar air hasil pengukuran selama penggorengan dengan menggunakan persamaan (6). Nilai  $K_m$  merupakan fungsi suhu proses dan diselesaikan dengan persamaan Arrhenius (persamaan 7), sehingga diperoleh nilai berikut:

$$K_m = 74,672 \exp[-4096,9/(273+T_{ps})] \dots\dots\dots(11)$$

Sehingga model matematik untuk menduga kadar air kerupuk selama proses penggorengan (persamaan 6) dapat ditulis dalam bentuk berikut:

$$\left( \frac{M_\theta - M_e}{M_i - M_e} \right) = \exp\{(-74,672)(e^{-4096,9/(273+T_{ps})})\theta\} \quad (12)$$

Hasil pengukuran (observasi) dan pendugaan (prediksi) kadar air kerupuk selama proses penggorengan dengan menggunakan persamaan (12) mempunyai tingkat penyimpangan rata-rata 4,95 %, dan standar deviasi 6,85 %. Hasil observasi dan prediksi kadar air kerupuk pada saat penggorengan dengan 3 variasi suhu proses dapat dilihat pada Gambar 7.



Gambar 7. Kadar air kerupuk prediksi dan observasi selama penggorengan.

Dari Gambar 7 dapat dilihat bahwa makin tinggi suhu proses akan menyebabkan laju penguapan air bahan makin besar, namun kondisi penguapan air bahan tersebut makin lama proses penggorengan lajunya makin menurun dan menuju ke laju penguapan nol. Pada laju penguapan air bahan sebesar nol dicapai apabila kadar air bahan seimbang dengan kadar air lingkungan, dan pada kasus penggorengan dengan pasir, kadar air lingkungan produk yang digoreng adalah kadar air pasir yang digunakan sebagai media penghantar panas.

**KESIMPULAN**

Nilai koefisien kontak panas permukaan (h) pada penggorengan menggunakan pasir dapat dimodelkan secara matematik dengan bentuk hubungan bilangan tak berdimensi. Model matematik yang telah dikembangkan mempunyai validitas cukup baik untuk pengukuran nilai h dengan rata-rata penyimpangan hasil pengukuran (observasi) dan pendugaan (prediksi) sebesar 2,67 %. Model matematik koefisien kontak panas permukaan ditulis dalam bentuk berikut:

$$\left(\frac{hd}{k}\right) = 10^{-3,001} \left(\frac{d^3 g}{\alpha^2}\right)^{0,330} \left(\frac{n^3 D^3}{g \alpha}\right)^{0,076} \left(\frac{d}{D}\right)^{-0,189} \left(\frac{D^3}{Vp}\right)^{-2,477} \left(\frac{Vp}{Vs}\right)^{-2,461}$$

Selama penggorengan kerupuk mengalami proses perpindahan panas dan perpindahan massa yang berlangsung secara simultan (bersamaan). Perpindahan panas digambarkan dengan terjadinya kenaikan suhu bahan, sedangkan perpindahan massa digambarkan dengan terjadinya penurunan kadar air bahan. Model matematik perubahan suhu kerupuk selama penggorengan mempunyai validasi yang cukup baik dengan penyimpangan rata-rata hasil pengukuran dan pendugaan sebesar 0,93 %. Model matematik perubahan suhu kerupuk selama penggorengan ditulis dalam bentuk berikut:

$$T_{krp} = (T_i - T_{ps}) \exp[(-0,0958)(e^{-118,41/(273+T_{ps})})\theta] + T_{ps} - (\Delta M)(h_{fg} / m.Cp)$$

Model matematik perubahan kadar air kerupuk selama penggorengan mempunyai validasi yang cukup baik dengan penyimpangan rata-rata hasil pengukuran dan pendugaan sebesar 4,95%. Model matematik perubahan kadar air kerupuk selama penggorengan ditulis dalam bentuk berikut:

$$\left(\frac{M_{\theta} - M_e}{M_i - M_e}\right) = \exp\{(-74,672)(e^{-4096,9/(273+T_{ps})})\theta\}$$

**Daftar Notasi:**

- B = factor frekwensi (K<sup>-1</sup>)
- K = konstanta
- d = diameter pasir (in)
- M = kadar air (%)
- Ea = energi aktivasi (kJ/mole.K)
- R = konstanta gas ideal = 8,314 kJ/mole.K
- FM = fineness modulus
- T = suhu (°C)
- h<sub>fg</sub> = panas laten penguapan (kJ/kg)
- θ = waktu (detik)

**DAFTAR PUSTAKA**

Crank, J. (1986). *The mathematics of Diffusion*. Clarendon Press, Oxford.

Dewi-Sartika, R.A. (2009). Pengaruh suhu dan lama proses menggoreng (deep frying) terhadap pembentukan asam lemak trans. *Makara, Sains* **13**: 23-28.

Douglas, J.F. (1965). *An Introduction to Dimensional Analysis for Engineers*. Sir Isaac Pitman & Sons Ltd. London.

Earle, R.L. (1966). *Unit Operations in Food Processing*. Pergamon Press. New York.

Geankoplis, C.J. (1980). *Transport Processes and Unit Operations*. Allyn and Bacon, Inc. Boston.

- Glenn-Murphy, C.E. (1950). *Similitut in Engineering*. The Ronald Press Company, New York.
- Grewal, N.S. dan Zimmerman, A.T. (1988). Heat transfer from a horizontal tube immersed in a liquid-solid fluidized bed. *Journal Powder Technology* **54**: 137-145.
- Henderson, S.M. dan Perry, R.L. (1980). *Agricultural Process Engineering*. AVI Publishing Company, Inc. Westport, Connecticut.
- Hines, A.L. dan Maddox, R.N. (1985). *Mass Transfer Fundamentals and Applications*. Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- Langhaar, H.L. (1951). *Dimensional Analysis and Theory of Models*. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Levine, L. (1990). Understanding frying operations. *Cereal Foods World* **35**: 272-273.
- Loveday, D.L. dan Taki, A.H. (1996). Convective heat transfer coefficients at a plane surface on a full scale building façade. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **39**: 1729-1742.
- Masoumifard, N., Mostoufi, N., Ali-Asghar, H. dan Sotudeh-Gharebagh, R. (2008). Investigation of Heat Transfer Between a Horizontal Tube and Gas-Solid Fluidized Bed. *International Journal of Heat and Fluid Flow* **29**: 1504-1511.
- Mohsenin, N.N. (1980). *Thermal Properties of Foods and Agricultural Materials*. Gordon and Breach Science Publishers, New York.
- Motawi, K.H. (1962). *Measurement of Cooling Rate of Fruits and Vegetables*. Thesis, Michigan State University, East Lansing, Michigan.
- Rofiuddin (2007). Pemerintah Dinilai Tidak Seius Selesaikan Kelangkaan Minyak Goreng. <http://www.tempo.co.id/hg/nusa/jawamadura/2007/08/19/br,20070819-105851,id.html>. [12 Juli 2010].
- Rohsenow, W.M. dan H. Choi. (1961). *Heat Mass and Momentum Transfer*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- Siswanto (2008). *Model Matematik Transfer Panas pada Penggorengan Menggunakan Pasir*. Makalah Seminar Nasional PERTETA, UGM-Yogyakarta.
- Soekarto, S.T. (1997). *Perbandingan Pengaruh Kadar Air Kerupuk Mentah Pada Penggorengan dengan Minyak dan dengan Oven Gelombang Mikro*. Prosiding Seminar Teknologi Pangan. Kantor Menteri Negara Urusan Pangan RI.
- Steel, R.G.D. dan Torrie, J.H. (1981). *Principles and Procedures of Statistics*. McGraw-Hill International Book Company. Tokyo.
- Supriyanto (2007). *Proses Penggorengan Bahan Makanan Berpati: Kajian Nisbah Amilosa Amilopektin*. Disertasi S3. Program Studi teknik Pertanian, UGM.
- Zabrodsky, S.S., Epanov, Yu., Galershtein, G.D.M., Saxena, S.C. dan, Kolar, A.K. (1981). Heat transfer in a large-particle fluidized bed with immersed in-line and staggered bundles of horizontal smooth tubes. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **24**: 571-579.