

# PEMBANGKITAN DATA HUJAN HARIAN DENGAN MODEL RANTAI MARKOV UNTUK PENYEDIAAN AIR IRIGASI

Oleh:

Andes Erwanto\*), Putu Sudira\*\*), Sigit Supadmo\*\*)

## Abstrak

Penelitian ini dilakukan di Daerah Irigasi Van Der Wijck, dengan sumber air irigasi utama berasal dari bendung Progo. Model yang dikembangkan dalam penelitian ini dibagi atas 2 sub-model yaitu: (a) sub-model pembangkitan data, dengan menggunakan model rantai Markov, dan (b) sub-model kebutuhan air irigasi.

Model diuji dengan menggunakan uji statistik T test dan analisis regresi, sedangkan untuk mendapatkan pola tanam yang optimum dilakukan analisis uji koefisien variansi.

Dari analisis koefisien variansi diperoleh bahwa saat tanam terbaik untuk pola tanam "padi IR 36 - padi Cisadane - Jagung" adalah pada awal bulan Desember dengan koefisien variansi terkecil (0,949), sedangkan untuk pola tanam "padi Cisadane - padi IR 36 - Jagung" saat tanam terbaik adalah pada pertengahan bulan November dengan koefisien variansi terkecil (0,859).

## Pendahuluan

Curah hujan merupakan salah satu faktor yang menentukan perencanaan penyediaan air irigasi. Keberhasilan perencanaan tersebut ditentukan oleh tersedianya data curah hujan yang kontinyu dan akurat, serta analisis hidrologi yang sesuai. Dalam beberapa kasus sering terjadi bahwa catatan data curah hujan yang panjang tidak tersedia, akibat rusaknya alat pengukur atau sebab lainnya. Dengan demikian, data curah hujan yang terlalu pendek menjadi kurang mewakili untuk suatu perencanaan yang diteleiti (Kottogoda, 1980).

Untuk mengatasi hal tersebut diperlukan suatu pembangkit data dengan analisis

stokhastik yang didasarkan pada catatan sebelumnya, namun masih mempunyai sifat-sifat statistik yang serupa. Analisis stokhastik digunakan karena faktor ketidakpastian yang menyertai suatu watak hidrologis.

Salah satu cara pembangkitan data curah hujan harian adalah dengan menggunakan Model Stokhastik Rantai Markov. Model ini menggunakan data curah hujan yang pernah terjadi (*historical*) untuk mengestimasi matrik probabilitas transisi.

Tujuan penelitian ini adalah untuk membuat rencana penyediaan air irigasi dengan memakai data curah hujan harian simulasi hasil bangkitan dengan Rantai Markov. Hasil dari bangkitan data ini diharapkan dapat dipakai untuk menyempurnakan manajemen irigasi yang memadai.

## Metodologi

Menurut Haan (1977), Hoel, dkk. (1972) dan Medhi (1983) rantai Markov menggambarkan suatu proses stokhastik yang mempunyai sifat bahwa nilai kejadian pada saat  $t$ ,  $(X_t)$ , tergantung pada nilai kejadian pada saat  $t-1$ ,  $(X_{t-1})$ , dan ini dapat ditulis sebagai berikut:

$$\text{Prob}(X_t = a_j : X_{t-1} = a_i, X_{t-2} = a_1, \dots,$$

$$X_0 = a_{r-1}) = \text{Prob}(X_t = a_j : X_{t-1} = a_i) \dots \dots \dots (1)$$

$$= P_{ij} \dots \dots \dots (2)$$

Probabilitas  $(X_t = a_j : X_{t-1} = a_i)$  menyatakan probabilitas bahwa kejadian pada waktu  $t$  akan termasuk dalam keadaan (*state*)

\*) Mahasiswa FTP, UGM.

\*\*) Staf Pengajar FTP, UGM.

$j$  yang sebelumnya dinyatakan bahwa pada waktu  $t-1$  kejadian termasuk dalam keadaan  $i$ .

Probabilitas ( $X_t = a_i : X_{t-1} = a_i$ ) secara umum disebut sebagai probabilitas transisi order 1, yaitu bahwa probabilitas dari proses membuat transisi dari keadaan  $i$  ke keadaan  $j$  dalam satu periode waktu atau satu tingkat.

Probabilitas tersebut biasanya ditulis sebagai  $P_{ij}(t)$  yang menyatakan probabilitas dari suatu tingkat dari  $i$  ke  $j$  pada saat ( $t$ ). Bila  $P_{ij}(t)$  independen terhadap  $t$ , di mana  $P_{ij}(t) = P_{ij}(t+\tau)$  untuk semua harga  $t$  dan  $\tau$ , maka Rantai Markov disebut homogen atau stasioner.

Pada penelitian ini digunakan data curah hujan harian selama 10 tahun dari 3 stasiun pengukur curah hujan di Daerah Irigasi Van Der Wijck, dan 1 stasiun di Daerah Irigasi Kalibawang yang termasuk dalam Proyek Irigasi Kali Progo, Daerah Istimewa Yogyakarta.

Pembangkitan data menggunakan metoda Rantai Markov. Adapun langkah-langkahnya memakai prosedur seperti yang telah diuraikan oleh Haan, dkk. (1976), sebagai berikut:

- a) Rentang data dibagi dalam kelas, dari 0 sampai dengan kelas  $c$  ( $c = 6$ ). Lebar interval tiap kelas dibuat dengan progresi geometri, yaitu kelas-kelas:

Kelas	Rentang Curah Hujan
0	0
1	[ 0.25 — 1 ]
2	[ 1.1 — 2 ]
3	[ 2.1 — 4 ]
4	[ 4.1 — 8 ]
5	[ 8.1 — 16 ]
6	[ 17 — ∞ ]

- b) Matrik dengan ordo  $(c+1) \times (c+1)$  dibuat dari deretan data, sebagai berikut:

Keadaan akhir

$$\text{Keadaan awal} \begin{bmatrix} f_{(0,0)} & f_{(0,1)} & \dots & f_{(0,j)} \\ f_{(1,0)} & f_{(1,1)} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{(i,0)} & \dots & \dots & f_{(i,j)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$f_{(i,j)}$  frekuensi transisi dari kelas  $i$  ke kelas  $j$

- c) Matrik tersebut digunakan untuk menentukan matrik probabilitas transisi:

$$\text{Keadaan awal} \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & \dots & P_{0j} \\ P_{10} & P_{11} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{i0} & \dots & \dots & P_{ij} \end{bmatrix} \quad (4)$$

- d) Sebagai bibit data turunan, digunakan bilangan acak beragihan seragam (*uniform distribution*) antara 0 dan 1. Bilangan acak diambil dari memori komputer, di mana harga bilangan acak yang diperoleh tidak akan pernah sama setiap kali program dijalankan.
- e) Dengan menggunakan matrik probabilitas transisi, ditentukan kelas hujan berikutnya.
- f) Untuk melengkapi model, agihan probabilitas diperlukan untuk tiap kelas, dengan asumsi bahwa agihan tersebut berlaku untuk tiap periode. Jadi fungsi agihan kumulatif  $F_{m(x)}$  diperlukan, di mana:

$$F_{m(x)} = P(\text{curah hujan} \leq x, \text{ curah hujan pada kelas } m)$$

untuk  $m = 0, \dots, C$

$c =$  jumlah kelas

- g) Agihan seragam diterapkan untuk kelas 1 sampai dengan kelas 5.

Fungsi kumulatif dari agihan seragam adalah:

$$P_x(x) = (x - \alpha)/(\beta - \alpha), \text{ untuk } \alpha \leq x \leq \beta \dots \dots \dots (5)$$

Rerata dari agihan seragam adalah:

$$E(x) = (\beta + \alpha)/2 \dots \dots \dots (6)$$

Agihan tersebut mempunyai 2 parameter yaitu  $\beta$  dan  $\alpha$ . Jadi parameter-parameter tersebut ekuivalen dengan batas-batas interval dari tiap kelas. Diasumsikan bahwa dalam suatu kelas, semua nilai curah hujan terkonsentrasi pada suatu titik yang merupakan rerata dari rentang kelas tersebut.

- h) Untuk kelas 6 dengan rentang (17,  $\approx$ ) digunakan agihan eksponensial. Fungsi eksponensial kumulatifnya adalah:

$$P_x(x) = \int_{17}^x e^{-\lambda x} dx$$

$$= 1 - e^{-(17-x)}, \text{ untuk } x \leq 17 \quad (7)$$

$$= 0, \text{ untuk } x \text{ yang lain } \dots \dots \quad (8)$$

$$\lambda = 1/\bar{x}$$

Dan  $\bar{x}$  adalah rata-rata curah hujan yang lebih besar atau sama dengan 17 pada periode bersangkutan.

Dari hasil pengumpulan data, dikompilasi dengan memanfaatkan jasa komputer XT-IBM Compatible. Mengingat banyaknya estimasi dan tingginya frekuensi hitungan yang harus dilakukan serta untuk mempercepat proses kompilasi, digunakan program komputer dengan bahasa Turbo Basic.

Sedangkan untuk memudahkan pembuatan dan pembetulan, program dibuat dalam bentuk sub-sub program, yang diorganisasi secara terpadu dengan sistem menu.

### Hasil dan Pembahasan

Pada penelitian ini dihasilkan 10 ulangan data curah hujan simulasi harian selama 10 tahun dari 4 stasiun pencatat hujan di Daerah Proyek Irigasi Kali Progo, seperti tercantum pada Tabel 1.

Tabel 1. Lokasi Stasiun Pencatat Hujan

No.	Stasiun	Identifikasi
1.	Kenteng (Nanggulan-Kulon Progo)	14
2.	Sendangpitu (Minggir-Sleman)	16
3.	Seyegan (Seyegan-Sleman)	17
4.	Godean (Godean-Sleman)	23

Tabel 2 menyajikan rerata data curah hujan simulasi dan data curah hujan historis. Dari tabel tersebut dapat diketahui bahwa rerata curah hujan tahunan simulasi cenderung lebih besar dari rerata curah hujan historis. Besarnya bias rata-rata data simulasi adalah 15,5 mm atau sekitar 0,63% terhadap data historis.

Pada uji hipotesis dengan uji t untuk rerata jumlah tahunan menghasilkan kesimpulan bahwa rerata jumlah curah hujan tahunan antara data historis dan simulasi tidak berbeda pada tingkat signifikan 1%.

Diasumsikan bahwa dalam semua kelas, semua curah hujan diestimasi dalam suatu titik yang merupakan titik tengah dari interval kelas curah hujan tersebut. Kerugian dari cara ini mengakibatkan hanya nilai curah hujan tertentu saja yang dihasilkan.

Pada Tabel 3 disajikan rerata jumlah hari kering tahunan. Dari tabel tersebut dapat dilihat bahwa jumlah hari kering data simulasi lebih kecil daripada data historis. Hal ini dapat dijelaskan oleh karena jumlah curah hujan historis lebih kecil dari jumlah curah hujan simulasi. Namun perbedaan jumlah hari kering tersebut relatif kecil yaitu sekitar 3.50%.

Pada uji hipotesis dengan uji t untuk rerata jumlah hari kering tahunan menghasilkan kesimpulan bahwa rerata jumlah hari kering tahunan antara data historis dan simulasi tidak berbeda pada tingkat signifikan 1%. Oleh karena itu model dapat dikatakan sudah mewakili (*representative*).

Untuk menyatakan secara lebih jelas hubungan kesesuaian antara data simulasi,

dapat dilihat pada Gambar 1 yang menyajikan grafik curah hujan bulanan selama 10 tahun.

Dari gambar tersebut dapat disimpulkan bahwa bentuk grafik data simulasi berpola mirip data historis. Tingkat kemiripan bentuk atau pola dapat didekati dengan estimasi koefisien korelasi, yang mempunyai harga

$-1 \leq r \leq 1$ . Bila  $r$  mendekati 1 berarti kedua grafik tersebut hampir sama atau mendekati sama. Gambar 1 menyajikan grafik curah hujan bulanan dari Stasiun 17 antara data historis dengan data hasil simulasi ke 2, dengan menghasilkan koefisien korelasi ( $r$ ) = 0,7656.

Tabel 2. Rerata curah hujan simulasi dan curah hujan historis tahunan

Stasiun No.	Simulasi										Rerata	Hist
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
14	2364	2463	2338	2308	2398	2691	2440	2430	2501	2413	2435	2405
16	2577	2466	2453	2547	2464	2379	2416	2582	2462	2463	2481	2487
17	2328	2499	2302	2486	2340	2369	2492	2387	2390	2447	2404	2377
23	2534	2484	2419	2583	2389	2386	2379	2579	2540	2531	2482	2471

Tabel 3. Rerata jumlah hari kering curah hujan simulasi dan curah hujan historis tahunan

Stasiun No.	Simulasi										Rerata	Hist
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
14	258	255	255	252	254	248	251	257	255	255	254	264
16	249	252	247	248	245	255	250	251	253	251	250	256
17	271	265	264	254	255	260	258	256	254	249	259	270
23	263	266	266	260	259	265	268	259	258	262	263	273

Tabel 4. Koefisien korelasi antara curah hujan simulasi dengan curah hujan historis

Stasiun No.	Simulasi										Rerata
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
14	0.81	0.75	0.73	0.77	0.75	0.79	0.83	0.82	0.80	0.81	0.78
16	0.80	0.74	0.80	0.76	0.75	0.78	0.72	0.65	0.76	0.72	0.75
17	0.62	0.77	0.75	0.84	0.78	0.81	0.69	0.75	0.82	0.73	0.75
23	0.72	0.78	0.76	0.76	0.84	0.76	0.75	0.80	0.73	0.77	0.77

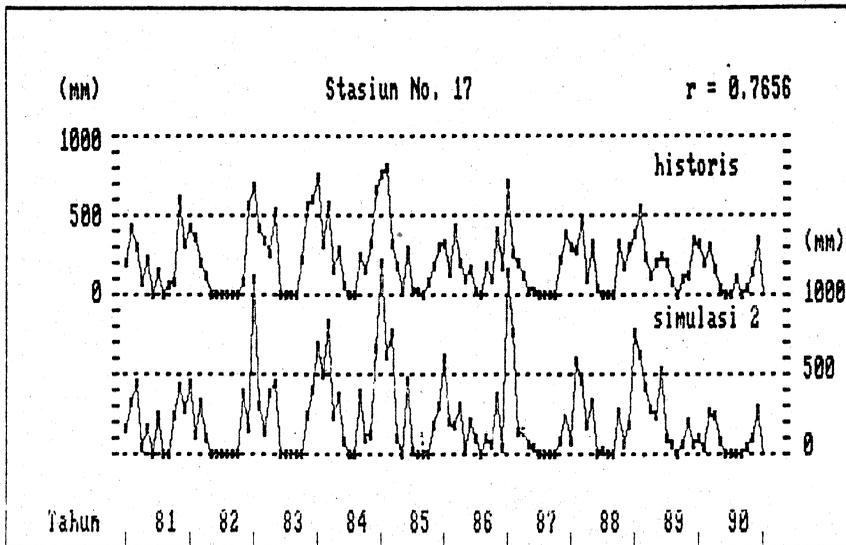
Koefisien korelasi dari masing-masing stasiun secara keseluruhan dapat dilihat pada Tabel 4. Harga rerata koefisien korelasinya adalah 0,76. Dengan melihat tabel batas kritik koefisien korelasi untuk  $n = 120$  dan tingkat signifikan 1%, maka diperoleh *batas kritik* untuk  $r$  adalah 0,238. Jadi dapat disimpulkan bahwa model ternyata memberikan hasil yang sangat layak.

Berdasar data curah hujan simulasi dan masukan anasir lain yang berupa evapotranspirasi dan perkolasi, dihitung rencana kebutuhan air irigasi sehingga dapat ditentukan saat tanam yang terbaik. Adapun yang dimaksud dengan saat tanam yang terbaik adalah saat tanam dengan resiko keke-

ringan atau kelebihan air di awal pertumbuhan yang terkecil dan hasil produksi yang diperoleh secara ekonomis adalah layak.

Untuk memperoleh pola yang optimum, di masa air irigasi yang digunakan lebih efektif dan efisien, dilakukan perlakuan pergeseran jadwal saat tanggal tanam tiap interval irigasi (setengah bulanan).

Dasar pemilihan jadwal tanam yang sesuai adalah bila kebutuhan air irigasi selama suatu periode tanam tersebut kebutuhan air irigasinya yang paling merata dan seragam. Artinya dalam tiap intervalnya diharapkan ada pasok air irigasi serta tidak ada fluktuasi debit yang tinggi.



Gambar 1. Grafik jumlah curah hujan bulanan data historis dan data simulasi ke 2

Secara statistik, pemerataan tersebut dapat didekati dengan estimasi koefisien variasi (KV) yaitu:

$$KV = \text{rerata} / \text{variasi} \dots \dots \dots (9)$$

Makin kecil koefisien variasinya, makin seragam data tersebut. Besarnya koefisien

variasi untuk berbagai periode saat tanggal tanam dari pola tanam Padi I (IR-36) - Padi II - Palawija (jagung) dapat dilihat pada Tabel 5, dengan didapat koefisien variasi terkecil adalah 0.949 (Gambar 2a).

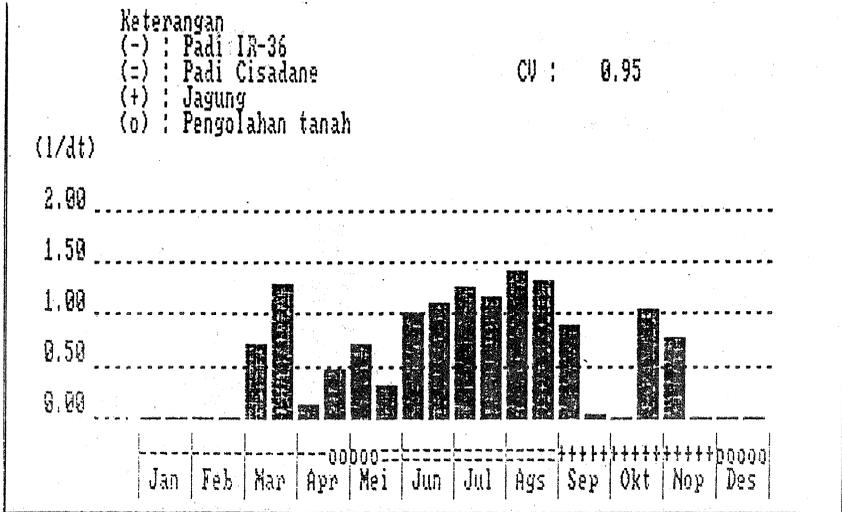
Tabel 5. Jumlah Kebutuhan Air Irigasi dan Koefisien Variansi untuk Pola Tanam Padi IR-36 - Padi Cisadane - Jagung. (Pola A) dan Padi Cisadane - Padi IR-36 - Jagung. (Pola B), pada berbagai jadwal tanam pada periode T

T	Pola A		Pola B	
	Jumlah (l/dt)	KV	Jumlah (l/dt)	KV
1.	13.333	1.111	14.571	1.061
2.	13.419	1.104	14.711	1.075
3.	13.677	1.093	14.867	1.095
4.	13.864	1.119	14.810	1.171
5.	14.278	1.113	15.047	1.184
6.	14.727	1.110	15.367	1.161
7.	15.048	1.145	15.435	1.159
8.	15.906	1.112	15.769	1.140
9.	16.460	1.112	16.002	1.145
10.	16.460	1.187	15.697	1.194
11.	16.248	1.192	15.091	1.206
12.	16.027	1.152	14.438	1.197
13.	15.822	1.146	14.209	1.175
14.	15.671	1.136	13.906	1.179
15.	14.882	1.200	13.094	1.271
16.	14.075	1.269	12.264	1.413
17.	13.875	1.250	12.350	1.378
18.	13.835	1.210	12.895	1.279
19.	13.712	1.198	13.165	1.252
20.	13.500	1.132	13.639	1.119
21.	13.408	1.017	14.322	0.917
22.	13.417	0.956	14.468	0.859
23.	13.790	0.949	14.967	0.860
24.	13.910	1.003	15.102	0.938

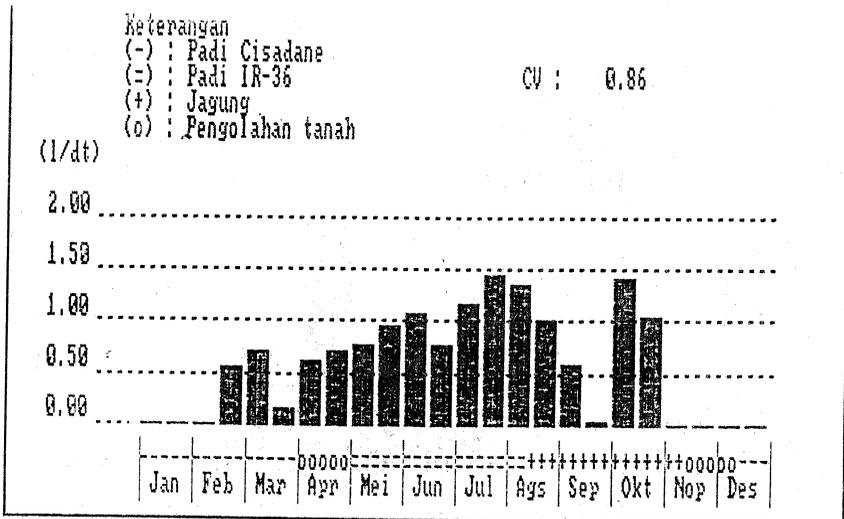
Selain untuk pola tanam seperti tersebut, ditentukan juga kebutuhan air irigasi untuk pola tanam alternatif yaitu padi Cisadane - Padi IR-36 - Jagung. Untuk pola tanam padi Cisadane - Padi IR-36 - Jagung, saat tanam yang terbaik pada pertengahan bulan Nopember (periode ke 22), dengan koefisien variansi 0.859 (Gambar 2b).

Dari hasil perhitungan tersebut apabila digambarkan akan diperoleh histogram

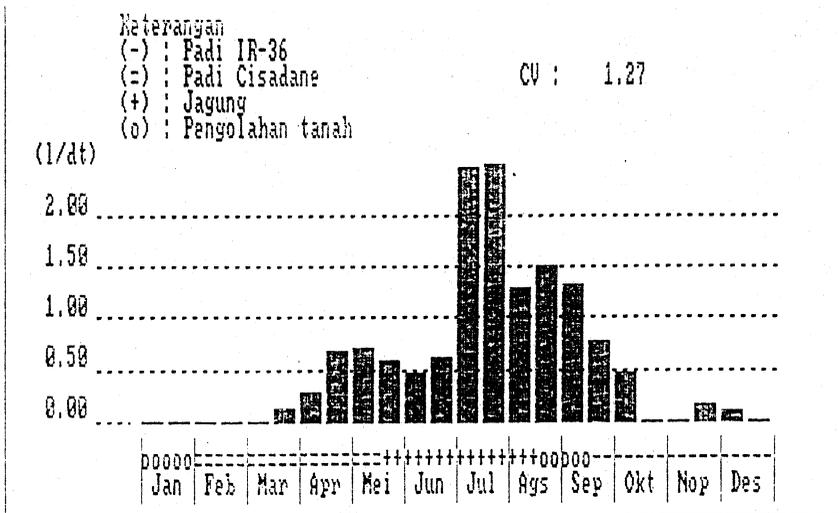
seperti pada Gambar 2a dan 2b. Sebagai pembandingan, Gambar 3a dan 3b menyatakan hasil perhitungan kebutuhan air irigasi yang mempunyai koefisien variansi terbesar, baik untuk pola tanam Padi IR-36 - Padi Cisadane - Jagung (koefisien variansi 1,269) maupun untuk pola tanam Padi Cisadane - Padi IR-36 - Jagung (koefisien variansi 1,413).



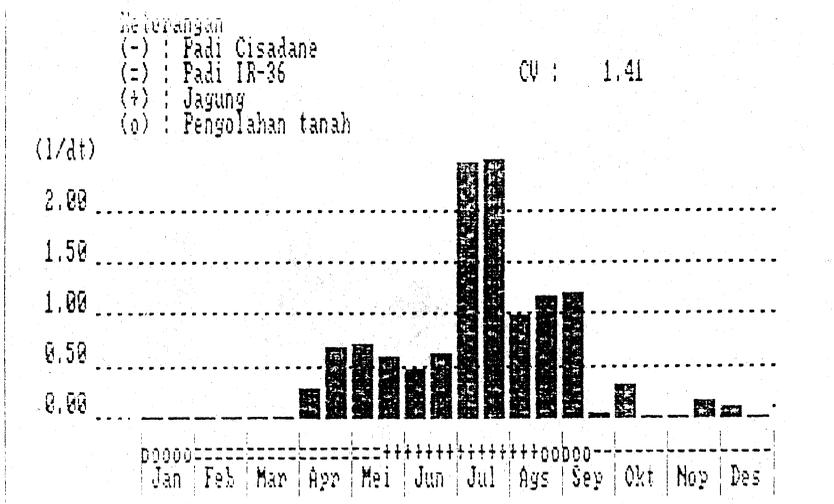
Gambar 2.a Histogram kebutuhan air irigasi untuk pola tanam Padi IR.36 - Padi Cisadane - Jagung dengan jadwal tanam pada awal Desember (koefisien variansi terkecil)



Gambar 2.b Histogram kebutuhan air irigasi untuk pola tanam Padi Cisadane - Padi IR.36 - Jagung dengan jadwal tanam pada pertengahan Nopember (koefisien variansi terkecil)



Gambar 3.a Histogram kebutuhan air irigasi untuk pola tanam Padi IR.36 - Padi Cisadane - Jagung dengan jadwal tanam pada pertengahan Agustus (koefisien variansi terbesar)



Gambar 3.b Histogram kebutuhan air irigasi untuk pola tanam Padi Cisadane - Padi IR.36 - Jagung dengan jadwal tanam pada pertengahan Agustus (koefisien variansi terbesar)

## Kesimpulan

Berdasarkan analisis data pada bab sebelumnya dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Setelah data curah hujan simulasi dibandingkan dengan data curah hujan historis dalam hal jumlah tahunan, jumlah hari kering tahunan dan koefisien korelasi jumlah bulannya, didapatkan antara curah hujan simulasi dan data historis terdapat penyimpangan rerata jumlah tahunan sebesar 0,63%, penyimpangan jumlah hari kering rerata sebesar 3,50%, namun pada uji hipotesis pada tingkat signifikan 1% tidak menunjukkan adanya perbedaan. Sedangkan koefisien korelasi reratanya adalah 0,76. Hal tersebut memberi indikasi bahwa model yang digunakan secara umum memberikan hasil yang cukup mewakili (*representative*).
2. Data curah hujan harian simulasi dan evaporasi harian simulasi hasil dari pembangkitan data digunakan untuk menyusun rencana penyediaan air irigasi di daerah bersangkutan. Untuk pola tanam Padi IR-36 - Padi Cisadane - Jagung, jadwal tanam yang paling baik dimulai pada periode 23 yaitu pada awal bulan Desember. Sedangkan untuk pola tanam Padi Cisadane - Padi IR-36 - Jagung, jadwal tanam yang paling baik dimulai pada periode ke 22 yaitu pada pertengahan bulan Nopember.

## Daftar Pustaka

- Clarke, R.T. 1973. *Mathematical Model in Hydrology*, Food and Agricultural Organization of The United Nation, Rome.
- Doorenbos, J. dan Pruitt, W.O. 1977. *Guidlines for Predicting Crop Water Requirements*, Food and Agricultural Organization of The United Nations, Rome.
- Gomez, K.A. dan Gomez, A.A. 1984, *Statistical Procedures for Agricultural Research*, John Wiley and Sons, Toronto.
- Haan, C. T., Allen, D.M. dan Street, J.O. 1976, *A Markov Chain Model of Dailey Rainfall*, Water Resources Research.
- Haan, C.T., 1977, *Statistical Methods in Hydrology*, The Iowa State University, Ames.
- Hoel, P.G., Port, S.C. dan Stone, C.J. 1972, *Introduction to Stochastic Processes*, Houghton Mifflin Company, New York.
- Kottegoda, N.T., 1980, *Stochastic Water Resources Technology*, The Macmillan Press Ltd. London.
- Medhi, J., 1983. *Stochastic Processes*, Wiley Eastern Ltd. New Delhi.
- Yevjevich, 1972, *Probability and Statistics in Hydrology*, Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado.